

STRESZCZENIE ROZPRAWY DOKTORSKIEJ

pod tytułem

Funkcja Wignera na rozmaitościach nietrywialnych topologicznie

Przedmiotem pracy jest zbadanie możliwości konstruowania rozkładów quasi-prawdopodobieństwa Wignera dla mechaniki kwantowej na rozmaitościach o nietrywialnej topologii oraz zbadanie właściwości otrzymanych funkcji. Zagadnienie to jest ujęte w szerszym kontekście mechaniki kwantowej sformułowanej w przestrzeni fazowej. Badanie funkcji Wignera wiąże się z wykorzystaniem narzędzi mechaniki kwantowej w przestrzeni fazowej, takich jak stany koherentne, transformacja Segala-Bargmanna i funkcja Husimiego, dlatego wymienione obiekty również były przedmiotem zainteresowania w tej pracy.

Na początku omówiono podstawowe narzędzia mechaniki kwantowej w przestrzeni fazowej w przypadku, gdy przestrzenią konfiguracyjną układu i jego przestrzenią fazową są rozmaitości topologicznie równoważne przestrzeni euklidesowej.

Następnie omówiono dwa przypadki o nietrywialnej topologii: okrąg i sferę. Są to rozmaitości o jasnym znaczeniu fizycznym, przede wszystkim jako rozmaitości indeksujące kąty orientacji odpowiednio na płaszczyźnie i w przestrzeni. Są to też rozmaitości o istotnie różniącej się topologii. Główna różnica nie dotyczy jednak ich samych, lecz ich wiązek stycznych, pełniących rolę przestrzeni fazowych. Wiązka styczna do okręgu jest wiązką trywialną, podczas gdy wiązka styczna do sfery – nie, co ma poważne następstwa.

W szczególności, w przypadku okręgu przedstawiono analizę i porównanie znanych konstrukcji stanów koherentnych oraz analizę i porównanie konstrukcji funkcji Wignera. Przedstawiono zbadane właściwości funkcji Wignera w stanach koherentnych na okręgu. Ponadto zbadano pewne aspekty ewolucji swobodnej stanów koherentnych na okręgu.

Dla sfery także przedstawiono analizę i porównanie wybranych konstrukcji stanów koherentnych. Przedstawiono konstrukcję funkcji Wignera dla sfery i omówiono jej podstawowe właściwości. O ile autorowi wiadomo, przedstawiona propozycja funkcji Wignera dla sfery jest jedynym dotychczas opublikowanym przykładem funkcji Wignera określonej na przestrzeni fazowej będącej wiązką nietrywialną. Zbadano podstawowe właściwości funkcji Wignera w stanach koherentnych na sferze.

Do opisu statystycznych aspektów mechaniki kwantowej na nietrywialnych rozmaitościach zastosowano metody statystyki kierunkowej. Omówiono podstawy statystyki zmiennych należących do rozmaitości innych niż $\mathbb{R}^n$ i zastosowano jej metody do opisu stanów kwantowych na okręgu i sferze. W szczególności, zbadano nieoznaczoności położenia kąтового i momentu pędu w stanach koherentnych na okręgu przy użyciu definicji wariancji obowiązującej w statystyce

kierunkowej. Zbadano także lokalizację średniej wewnętrznej położenia kąowego w stanach koherentnych na okręgu ewoluujących swobodnie i porównano ją z lokalizacją średniej zewnętrznej. Porównano przebieg przeskoków tych średnich.

Zaproponowano ogólną metodę konstruowania funkcji Wignera dla mechaniki kwantowej na nietrywialnych rozmaitościach poprzez transformację Segala-Bargmanna funkcji falowej, wyznaczenie funkcji Husimiego i odwrotną (uogólnioną) transformację Gaussa-Weierstrassa. Przetestowano ją w przypadkach topologicznie trywialnych i dla okręgu.

Właściwości funkcji Wignera w stanach koherentnych na okręgu oraz konstrukcja funkcji Wignera dla sfery były przedmiotem opublikowanych artykułów. Pozostałe wspomniane wyniki nie były publikowane.