

Recenzja rozprawy doktorskiej mgr inż. Joanny Piwnik
Zagadnienia propagacji światła w polu grawitacyjnym

Rozprawa doktorska pani mgr inż. Joanny Piwnik poświęcona jest, zgodnie z tytułem, rozchodzeniu się światła w obecności pola grawitacyjnego, tzn., w ogólności, w czasoprzestrzeni o niezerowej krzywiznie. Rozważania dotyczą granicy optyki geometrycznej, a więc propagacji promieni świetlnych. Narzędziem służącym opisowi takiej propagacji jest więc, podobnie jak w klasycznej optyce geometrycznej, zasada Fermata uogólniona na przypadek czasoprzestrzeni o niezerowej krzywiznie. Takie uogólnienie dla stałych pól grawitacyjnych, tzn. dla metryk, w których składowe tensora metrycznego nie zależą od współrzędnej czasowej jest stosunkowo proste. W szczególności, dla pól statycznych, tzn. takich, dla których znikają składowe czasowo-przestrzenne tensora metrycznego, uogólnienie klasycznej zasady Fermata w płaskiej przestrzeni trójwymiarowej uzyskuje się przez zasadę równoważności. Można to uogólnić na przypadek pól stałych, które nie są statyczne (pól stacjonarnych). Uogólnienie na dowolne pola grawitacyjne znane jest do lat dziewięćdziesiątych ubiegłego wieku.

W pracy autorka zaproponowała i zrealizowała oryginalne nowe podejście do problemu wariacyjnego opisu trajektorii promieni świetlnych. Punktem wyjścia jest obserwacja, że dla stałych pól grawitacyjnych zasadę Fermata można zapisać w postaci trójwymiarowego problemu lagranżowskiego, właśnie dlatego, że składowe tensora metrycznego nie zależą od czasu. Funkcja Lagrange'a zależy więc tylko od współrzędnych przestrzennych i równania Eulera-Lagrange'a wyznaczają przestrzenne trajektorie promieni. Rolę działania gra w tym sformułowaniu współrzędna czasowa. W wypadku dowolnego pola grawitacyjnego wyznaczona uprzednio funkcja Lagrange'a zależy teraz również od współrzędnej czasowej, co uniemożliwia stosowanie trójwymiarowego podejścia lagranżowskiego. Tę trudność autorka pokonuje poprzez zauważenie, że jest to sytuacja, którą obejmuje tzw. zasada wariacyjna Herglotza, uogólniająca formalizm lagranżowski poprzez rozważenie funkcji Lagrange'a zależnych od działania. Rozdział 2. pracy poświęcony jest pokazaniu, że istotnie formalizm Herglotza prowadzi do poprawnych trajektorii promieni świetlnych. Autorka stosuje go do analizy trajektorii dla ogólnej metryki sferycznie symetrycznej, w szczególności dla metryki Schwarzschilda oraz metryk aksjalnie symetrycznych. Pokazuje też, jak zastosowany formalizm można rozszerzyć na przypadek cząstek masywnych.

Zaproponowane podejście ma cenną zaletę. Uogólnienie podejścia lagranżowskiego za pomocą pewnej zasady wariacyjnej, w tym wypadku właśnie zasady Herglotza, pozwala na wykorzystanie (oczywiście, znowu poprzez pewne uogólnienia) z aparatu matematycznego i technik znanych z mechaniki klasycznej. Tak, na przykład, podobnie jak ma to miejsce w wypadku klasycznego podejścia lagranżowskiego, formalizm oparty na zasadzie Herglotza ma swój odpowiednik hamiltonowski. Ponadto, w formalizmie herglotzowskim istnieją odpowiedniki twierdzeń Noether. Autorka omawia te problemy w pracy i wykorzystuje

odpowiednie techniki do pokazania zupełnej całkowalności dla przypadku metryki sferycznie symetrycznej w rozdziale 2.6 oraz znalezienia jawnej postaci całek ruchu dla przypadku metryki Schwarzschilda-de Sittera w rozdziale 2.7. Szczególnie ciekawy z tego punktu widzenia jest rozdział 4. poświęcony metryce Kerra, w którym autorka analizuje i wykazuje całkowalność dynamiki, a dla znalezienia ostatniej całki ruchu używa oryginalnego uogólnienia pochodzącej od Hietarinty tzw. metody metamorfozy stałej sprężenia, które to uogólnienie opublikowane w pracy współautorstwa pani Piwnik, omówione jest w dodatku F. Przy okazji konstruowania formalizmu hamiltonowskiego dla zasady Herglotza, autorka czyni ciekawą uwagę na temat uogólnienia dirakowskiego podejścia do układów z więzami. Sądzę, że jest to ciekawe zagadnienie warte dalszych badań.

Podsumowując zawartość merytoryczną pracy stwierdzam, że uzyskane wyniki, z których najważniejsze i najciekawsze moim zdaniem omówiłem w skrócie powyżej, są oryginalne i bardzo interesujące. Większość z nich opublikowana została w trzech pracach, które ukazały się już drukiem (są to dwie prace wymienione we Wstępie i wspomniana powyżej praca dotycząca uogólnienia metody metamorfozy stałej sprężenia) oraz w dwóch wymienionych we Wstępie preprintów arXiv, które, jak rozumiem, zostały lub wkrótce zostaną wysłane do druku.

Rozprawa składa się sześciu rozdziałów (w tym „Wstępu” i „Uwag końcowych”) oraz sześciu dodatków. Taki wybór jest uzasadniony – w dodatkach omawiane są techniczne szczegóły zasady wariacyjnej Herglotza, historia i szczegóły zasady Fermata dla rozchodzenia się promieni świetlnych w polach grawitacyjnych, formalizm geodezyjnych, metod perturbacyjna Lindstedta-Poincarego (wykorzystana w rozdziale 3. pracy dotyczącym trajektorii promieni świetlnych w szczególnej granicy, tzw. dużego parametru zderzenia), całkowalności równań geodezyjnych i, o czym już wspomniałem, uogólnieniu metody metamorfozy stałej sprężenia. Dodatki te są napisane w bardzo dobry sposób, zawierają odpowiednie komentarze pozwalające na śledzenie wywodu i wyników. Jak widać, autorka wykorzystuje dość duży wachlarz metod rachunku wariacyjnego, układów całkowalnych i teorii zaburzeń, co dobrze świadczy o jej umiejętnościach analizy konkretnych problemów za pomocą metod fizyki matematycznej.

Część merytoryczna pracy, tzn. w praktyce, rozdziałów 2.-4. jest również dobrze zredagowana, choć akurat w tej części przydałoby się nieco więcej komentarzy ułatwiających podążanie za tokiem rozumowania autorki. Wydaje mi się, że zaważyła tu chęć w miarę wiernego odtworzenia w języku polskim zawartości oryginalnych prac. Sądzę, że drobne dopowiedzenia byłyby tu na miejscu. Oczywiście, te niezbyt ważne uwagi nie wpływają w żadnym stopniu na moją bardzo wysoką ocenę merytorycznej wartości pracy i opisanych w niej oryginalnych i interesujących wyników.

Nie znalazłem żadnych uchybień formalnych i technicznych (drobne błędy drukarskie w żaden sposób nie wpływają na możliwość śledzenia wywodu i nie są warte wymienienia w recenzji). Bibliografia rozprawy zawiera wszystkie niezbędne pozycje literaturowe.

Stwierdzam, że w rozprawie pt. *Zagadnienia propagacji światła w polu grawitacyjnym* pani mgr inż. Joanna Piwnik przedstawiła szereg interesujących i oryginalnych rezultatów, uzyskanych za pomocą rozwiniętych przez nią metod. Tym samym, uważam, że rozprawa ta spełnia wszelkie wymagania prawne i zwyczajowe stawiana rozprawom doktorskim i wnoszę o dopuszczenie jej autorki do dalszych etapów postępowania doktorskiego.

Warszawa, 3.04.2025

prof. dr hab. Marek Kuś
Centrum Fizyki Teoretycznej PAN