

IZABELA JÓZEFczyk
ROMUALD MAŁECKI
ROMAN RUMIANOWSKI
Politechnika Warszawska, Filia Płock

ZASTOSOWANIE ZBIORÓW ROZMYTYCH W OCENIE OSIĄGNIĘCIA EFEKTÓW KSZTAŁCENIA

Streszczenie. Praca przedstawia propozycję wykorzystania zbiorów rozmytych do oceny stopnia osiągnięcia przez studentów zakładanych efektów kształcenia. Proponowane rozwiązania testowano na wynikach osiągniętych przez studentów w ramach modułu kształcenia Matematyka na kierunku Ekonomia w Filii Politechniki Warszawskiej w Płocku.

Porównywano metodę klasyczną oceny studenta z metodą wykorzystującą zbiory rozmyte. Druga metoda okazała się korzystniejsza dla studentów.

Słowa kluczowe: logika rozmyta, ocena studenta.

1. Wprowadzenie

Weryfikacja wiedzy studenta i jej ocena jest dylematem dla większości wykładowców, szczególnie widocznym obecnie wobec dynamicznych zmian programowych w szkole średniej oraz wprowadzonych w uczelniach Krajowych Ram Kwalifikacyjnych. Konieczność wypełnienia przez studentów efektów kształcenia może być rozumiana w postaci „twardej” i „miękkiej” (por. Kacprzyk 1986). Przez „twardą” weryfikację rozumiemy spełnienie wszystkich efektów niezależnie od siebie w nie mniej niż np. 50%. Zakładane efekty mogą być zależne; znajomość przerobionego materiału może być konieczna do zrozumienia kolejnej części materiału obejmującej inny efekt kształcenia. Jest to widoczne w wielu dziedzinach nauki, w szczególności w matematyce. Na przykład efekt dotyczący wiedzy z teorii ciągów i szeregów koreluje z efektem obejmującym rachunek różniczkowy i całkowy. Wiedza zdobyta więc w pierwszych częściach wykładu z matematyki wpływa dodatnio na poznanie dalszych tematów. Bywa też odwrotnie; student, który nie zdażył przygotować się dostatecznie do sprawdzianu w pierwszych tygodniach semestru, w dalszej części może uzupełnić braki i następny sprawdzian napisać znacznie lepiej. Wprowadzenie więc ściśle określonych zasad i ograniczeń, w naszym rozumieniu „twardej” oceny może nie być rzeczywistym odzwierciedleniem końcowej wiedzy studenta.

Bardziej elastyczny sposób weryfikacji efektów i ich oceniania wiąże się z teorią zbiorów rozmytych, który możemy określić jako koncepcję „miękką”. W dotychczasowej literaturze poświęconej takiej ocenie przedmiotu można wyróżnić prace (Przybyszewski 2006, s. 629–639) i (Przybyszewski 2008, s. 1033–1044), w których autor reprezentuje skale ocen w postaci ciągu liczb rozmytych i wykorzystuje do weryfikacji testów (problemów zamkniętych).

2. Klasyczna metoda oceniania

W tej części pracy opiszemy klasyczny model oceniania efektów i wystawiania oceny końcowej studenta. Niech $\{U_1, U_2, \dots, U_m\}$ będą efektami umiejętności oraz $\{W_1, W_2, \dots, W_n\}$ efektami wiedzy. Każdy efekt oceniany jest punktowo na podstawie zestawu zadań lub pytań sprawdzających. Zdobycie odpowiedniej liczby punktów zalicza efekt; wszystkie efekty muszą być zaliczone. Na ogół przyjmuje się zaliczenie efektu po zdobyciu minimum 50% wszystkich punktów przypadających na dany efekt. Następnie sumuje się wszystkie punkty i określa liczbę procent jaką student zdobył w ciągu całego okresu weryfikacyjnego w stosunku do maksymalnej liczby punktów. Zamiana wartości procentowych na ocenę może być wykonana zgodnie z następującą tabelą nr 1.

Tabela 1. Zamiana wartości procentowych uzyskanych punktów na ocenę

Przedział wartości procentowych	Ocena liczbowa s
$<0; 0,5>$	2
$(0,5; 0,6>$	3
$(0,6; 0,7>$	3,5
$(0,7; 0,8>$	4
$(0,8; 0,9>$	4,5
$(0,9; 1>$	5

Źródło: Opracowanie własne.

Opisany powyżej model oceniania zastosowano do oceny wyników uzyskanych przez studentów semestru pierwszego przedmiotu Matematyka w Kolegium Nauk Ekonomicznych i Społecznych Filii Politechniki Warszawskiej w Płocku. Wprowadzenie zasady zaliczenia wszystkich efektów na poziomie co najmniej 50% zdobytych punktów okazało się bardzo wymagające. Wielu stu-

dentów poprawiało wybrane efekty wielokrotnie. Wydaje się, że zamiana liczby uzyskanych punktów na końcową ocenę powinna być zgodna z tabelą 1.

Na wymienionym powyżej kierunku studiów, w przedmiocie matematyka, wyodrębniono cztery efekty umiejętności i cztery efekty wiedzy. Duża liczba efektów pozwoliła precyzyjnie opisać każdy efekt oraz dokładnie przeprowadzić jego weryfikację przy pomocy odpowiednich zadań i testów sprawdzających. W czasie trwania semestru studenci zaliczali trzy testy sprawdzające wiedzę i dwa kolokwia sprawdzające umiejętności. Za efekty wiedzy otrzymywali maksymalnie 9 punktów, a za efekty umiejętności 36 punktów. Egzamin składał się z dwóch części – weryfikującej efekty wiedzy na poziomie 15 punktów oraz weryfikującej umiejętności z 40 punktami. W sumie studenci mogli zdobyć w całym semestrze maksymalnie 24 punkty za efekty wiedzy i 76 za efekty umiejętności.

Rozważmy przykład studentów, którzy uzyskali w czasie ćwiczeń za poszczególne efekty liczbę punktów zgodnie z danymi w następującej tabeli nr 2.

Tabela 2. Liczba punktów uzyskanych w czasie ćwiczeń dla poszczególnych efektów przez przykładowych 5 studentów

	Sprawdziany					Kolokwia				
	EW1	EW2	EW3	EW4	Suma	EU1	EU2	EU3	EU4	Suma
Liczba punktów	2	2	2	3	9	8	10	12	6	36
Student nr 1	2	1	0	3	6	5	3	8,5	1,5	18
Student nr 2	2	1,5	1	3	7,5	5	3,5	10	5	23,5
Student nr 3	1,5	1,5	2	3	8	5,5	3	9	3	20,5
Student nr 4	2	1,5	2	3	8,5	5	5,5	10	4	24,5
Student nr 5	2	2	2	3	9	5,5	7	11	5	28,5

Źródło: Opracowanie własne.

W czasie egzaminu pięciu studentów uzyskało następujące wyniki wyrażone liczbą punktów w następnej tabeli nr 3.

Tabela 3. Liczba punktów uzyskanych w czasie egzaminu dla poszczególnych efektów przez przykładowych 5 studentów

	Egzamin – efekty wiedzy					Egzamin – efekty umiejętności				
	EW1	EW2	EW3	EW4	Suma	EU1	EU2	EU3	EU4	Suma
Liczba punktów	3	4	4	4	15	8	8	12	12	40
Student nr 1	0,5	0	0,5	1,5	2,5	6	2,5	6,5	1,5	16,5
Student nr 2	3	2	2	0,5	7,5	6	6	5	5	22
Student nr 3	3	2	2	2	9	5	7	10	8	30
Student nr 4	3	3	1,5	3	10,5	6	5,5	11	5,5	28
Student nr 5	3	4	1	4	12	8	2	11	10	31

Źródło: Opracowanie własne.

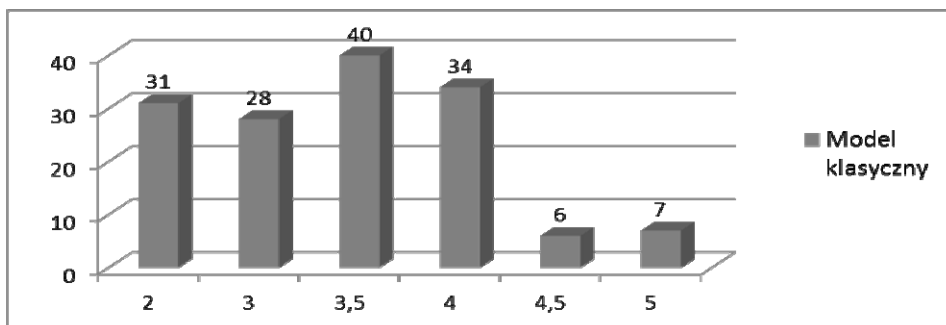
Ostatecznie po obliczeniu sumy wszystkich efektów możemy wystawić ocenę zgodnie z tabelą 1 i wyniki przedstawić w następnej tabeli 4.

Tabela 4. Łączna liczba punktów uzyskanych dla poszczególnych efektów przez przykładowych 5 studentów

	Efekty wiedzy razem EW					Efekty umiejętności razem EU					EW+EU	Ocena
	EW1	EW2	EW3	EW4	Suma	EU1	EU2	EU3	EU4	Suma		
Liczba punktów	5	6	6	7	24	16	18	24	18	76	100	
Student nr 1	2,5	1	0,5	4,5	8,5	11	5,5	15	3	34,5	43,0	2
Student nr 2	5	3,5	3	3,5	15	11	9,5	15	10	45,5	60,5	3,5
Student nr 3	4,5	3,5	4	5	17	10,5	10	19	11	50,5	67,5	3,5
Student nr 4	5	4,5	3,5	6	19	11	11	21	9,5	52,5	71,5	4
Student nr 5	5	6	3	7	21	13,5	9	22	15	59,5	80,5	4,5

Źródło: Opracowanie własne.

Według powyżej opisanej metody klasycznej oceniono 146 osób. Uzyskane oceny przedstawione są na wykresie 1.



Wykres 1. Zestawienie wyników dla modelu klasycznego

Źródło: Opracowanie własne.

Parametry statystyczne wyników modelu klasycznego są następujące.

Średnia	Mediana	Wariancja	Odchylenie stand.	Kurtoza	Skośność	Licznik
3,315	3,5	0,7	0,8	-0,6	-0,198	146

Źródło: Opracowanie własne.

Uzyskane wyniki, szczególnie duża liczba ocen niedostatecznych, jest konsekwencją przyjętych założeń zaliczenia wszystkich efektów w przypadku zdobytych co najmniej w 50% możliwych punktów oraz rezygnacji wielu studentów z kontynuowania studiów już w pierwszym semestrze.

3. Model rozmyty

Omówimy teraz rozmyty model oceniania. Niech $X = \{2; 3; 3,5; 4; 4,5; 5\}$ będzie liczbową skalą ocen oraz $p = \frac{c}{d}$, gdzie c – jest liczbą punktów uzyskanych przez studenta z danego efektu, a d – maksymalną liczbą punktów dla danego efektu. Liczba p wyraża więc procentową ocenę efektu uzyskaną przez danego studenta. Oznaczmy przez pu_i liczbę procent jakie zdobywa student z efektu U_i ($i = 1, 2, \dots, m$) oraz pw_i liczbę procent za efekt W_i ($i = 1, 2, \dots, n$). Znaczenie poszczególnych efektów w ogólnej ocenie określamy przez wagi qu_i i odpowiednio qw_i . Zakładamy, że $\sum_{i=1}^m qu_i = 1$ oraz $\sum_{i=1}^n qw_i = 1$.

Liczba procent oceniająca umiejętność wynosi $U = \sum_{i=1}^m qu_i pu_i$ oraz wiedzę $W = \sum_{i=1}^n qw_i pw_i$. Liczba procent zdobyta w semestrze przez studenta jest kombinacją wypukłą umiejętności i wiedzy. tzn. $p = \lambda W + (1 - \lambda)U$, gdzie $\lambda \in (0,1)$.

Zgodnie z tabelą 1 możemy obliczyć ocenę efektu $s \in X$ przy pomocy funkcji $S(p)$, gdzie:

$$S(p) = \begin{cases} 2 & \text{dla } p \in <0; 0,5> \\ 3 & \text{dla } p \in (0,5; 0,6> \\ 3,5 & \text{dla } p \in (0,6; 0,7> \\ 4 & \text{dla } p \in (0,7; 0,8> \\ 4,5 & \text{dla } p \in (0,8; 0,9> \\ 5 & \text{dla } p \in (0,9; 1> \end{cases} \quad (3.1)$$

Rozważmy funkcję przynależności $f(s,p)$ oceny s i uzyskanego wyniku procentowego p .

Dla $s = 2$ definiujemy funkcję f następująco

$$f(2, p) = \begin{cases} 2p & \text{gdzie } p \in <0; 0,5> \\ 1 & \text{gdzie } p \in <0,5; 1> \end{cases} \quad (3.2)$$

Dla $s > 2$ i $s \in X$ określamy funkcję f następującym wzorem

$$f(s, p) = \begin{cases} 10p + 1 - 2S(p) & \text{gdzie } s = S(p) \\ 1 & \text{gdzie } s < S(p) \\ 0 & \text{gdzie } s > S(p) \end{cases} \quad (3.3)$$

Dla danej wartości p (oceny procentowej) i ustalonego efektu E zdefiniujemy następujący zbiór rozmyty wyrażony w zapisie Zadeha (1965, s. 338–353).

$$A_p^E = \sum_{s \in X} \frac{f(s, p)}{s} \quad (3.4)$$

Na przykład dla $p = 0,77$, na mocy wzoru (3.1) ocena $s = S(0,77) = 4$. Stąd ze wzoru (3.3) mamy

$$f(s, 0,77) = \begin{cases} 0,7 & \text{gdy } s = 4 \\ 1 & \text{gdy } s < 4 \\ 0 & \text{gdy } s > 4 \end{cases} \quad (3.5)$$

Oznacza to że zbiór rozmyty dla $p = 0,77$ ma postać

$$A_{0,77} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3,5} + \frac{0,7}{4} + \frac{0}{4,5} + \frac{0}{5}$$

Na mocy powyższej konstrukcji możemy powiedzieć, że zbiór rozmyty $A_{0,77}$ reprezentuje ocenę co najmniej dobrą, gdyż $f(s, 0,77) > 0$ dla $s \leq 4$ i mniej niż dobrą plus, gdyż $f(s, 0,77) = 0$ dla $s \geq 4,5$.

Dla danego zbioru rozmytego możemy też ustalić ocenę w zależności od współczynnika wymagań q . Przyjmując, że zbiór rozmyty (oceniający) ma postać:

$A = \sum_{s \in X} \frac{g_A(s)}{s}$ możemy przyporządkować mu ocenę s jako wartość następującej funkcji C .

$$s = C(A, q) = \max \{x \in X; g_A(x) \geq q\}. \quad (3.6)$$

Przechodzimy teraz do formalnego opisu miękkiej (rozmytej) oceny studenta. Wykonujemy następujące kroki.

1. Tworzymy zbiory rozmyte $\{A_{p_1}^U, A_{p_2}^U, \dots, A_{p_m}^U\}$ oraz $\{A_{p_1}^W, A_{p_2}^W, \dots, A_{p_n}^W\}$ odpowiadające ocenom procentowym poszczególnych efektów danego studenta.
2. Konstruujemy zbiory rozmyte będące ich kombinacją wypukłą:
 $A^U = \sum_{i=1}^m q u_i A_{p_i}^U$ oraz $A^W = \sum_{i=1}^n q w_i A_{p_i}^W$.
3. Tworzymy zbiór rozmyty oceniający łączną wiedzę studenta z całego semestru $A = \lambda A^W + (1 - \lambda) A^U$.
4. Dla danego współczynnika wymagań q , na podstawie wzoru (3.6) obliczamy ocenę liczbową $s = C(A, q)$.

W punkcie 2 i 3 posługujemy się wzorami na kombinację wypukłą zbiorów rozmytych (Kacprzyk, 1986).

4. Przykład obliczeniowy

W tej części przedstawimy przykładowe wyniki uzyskane na podstawie opisanego modelu rozmytego korzystając z danych zawartych w tabelach 2–4.

Rozkład punktów dla poszczególnych efektów, na podstawie tabeli 4, wyrażony przy pomocy współczynników wiedzy qw_i oraz współczynników umiejętności qu_i opisuje poniższa tabela 5.

Tabela 5. Rozkład punktów dla poszczególnych efektów

Numer efektu	qu_i	qw_i
1	$\frac{8}{38}$	$\frac{5}{24}$
2	$\frac{9}{38}$	$\frac{6}{24}$
3	$\frac{12}{38}$	$\frac{6}{24}$
4	$\frac{9}{38}$	$\frac{7}{24}$

Źródło: Opracowanie własne.

Jak widać z powyższego opisu parametr $\lambda = 0,24$.

Rozważmy efekty wiedzy $(W_i)_{i=1,2,3,4}$ dla przykładowych pięciu studentów, których wyniki są podane w tabelach 2–4. Korzystając z funkcji $f(s, p)$ danej wzorami (3.2) i (3.3) konstruujemy zbiory rozmyte $A_{p_i}^W$ dla $i = 1, 2, 3, 4$. Na podstawie wyników z tabeli 4 oraz współczynników qw_i z tabeli 5, zbiory rozmyte $A^W = \sum_{i=1}^n qw_i A_{p_i}^W$ mają postać opisaną w tabeli 6.

Tabela 6. Zbiory rozmyte dla efektów wiedzy dla przykładowych 5 studentów

	Zbiory rozmyte					
	Efekty wiedzy					
Ocena	2	3	3,5	4	4,5	5
Student nr 1	0,63	0,29	0,13	0,00	0,00	0,00
Student nr 2	1,00	0,42	0,21	0,21	0,21	0,21
Student nr 3	1,00	0,96	0,67	0,25	0,21	0,00
Student nr 4	1,00	0,96	0,75	0,63	0,38	0,21
Student nr 5	1,00	0,75	0,75	0,75	0,75	0,75

Źródło: Opracowanie własne.

Stosując zapis Zadeha wyrażamy je następująco (Yager, Filev 1995):

$$\begin{aligned}
 1. & \quad \frac{0,63}{2} + \frac{0,29}{3} + \frac{0,13}{3,5} + \frac{0}{4} + \frac{0}{4,5} + \frac{0}{5} \\
 2. & \quad \frac{1}{2} + \frac{0,42}{3} + \frac{0,21}{3,5} + \frac{0,21}{4} + \frac{0,21}{4,5} + \frac{0,21}{5} \\
 3. & \quad \frac{1}{2} + \frac{0,96}{3} + \frac{0,67}{3,5} + \frac{0,25}{4} + \frac{0,21}{4,5} + \frac{0}{5} \\
 4. & \quad \frac{1}{2} + \frac{0,96}{3} + \frac{0,75}{3,5} + \frac{0,63}{4} + \frac{0,38}{4,5} + \frac{0,21}{5} \\
 5. & \quad \frac{1}{2} + \frac{0,75}{3} + \frac{0,75}{3,5} + \frac{0,75}{4} + \frac{0,75}{4,5} + \frac{0,75}{5}
 \end{aligned}$$

W podobny sposób, stosując kombinację wypukłą $A^U = \sum_{i=1}^m q u_i A_{p_i}^U$, konstruujemy zbiory rozmyte odpowiadające efektom umiejętności.

Tabela 7. Zbiory rozmyte dla efektów umiejętności dla przykładowych 5 studentów

	Zbiory rozmyte					
	Efekty umiejętności					
Ocena	2	3	3,5	4	4,5	5
Student nr 1	0,75	0,53	0,26	0,00	0,00	0,00
Student nr 2	1,00	0,72	0,26	0,00	0,00	0,00
Student nr 3	1,00	0,89	0,46	0,29	0,00	0,00
Student nr 4	1,00	0,83	0,53	0,32	0,24	0,00
Student nr 5	1,00	0,76	0,76	0,76	0,49	0,05

Źródło: Opracowanie własne.

W zapisie Zadeha mają one postać:

$$\begin{aligned}
 1. & \quad \frac{0,75}{2} + \frac{0,53}{3} + \frac{0,26}{3,5} + \frac{0}{4} + \frac{0}{4,5} + \frac{0}{5} \\
 2. & \quad \frac{1}{2} + \frac{0,72}{3} + \frac{0,26}{3,5} + \frac{0}{4} + \frac{0}{4,5} + \frac{0}{5}
 \end{aligned}$$

3. $\frac{1}{2} + \frac{0,89}{3} + \frac{0,46}{3,5} + \frac{0,29}{4} + \frac{0}{4,5} + \frac{0}{5}$
4. $\frac{1}{2} + \frac{0,83}{3} + \frac{0,53}{3,5} + \frac{0,32}{4} + \frac{0,24}{4,5} + \frac{0}{5}$
5. $\frac{1}{2} + \frac{0,76}{3} + \frac{0,76}{3,5} + \frac{0,76}{4} + \frac{0,49}{4,5} + \frac{0,05}{5}$

Przyjmując kombinację wypukłą $A = \lambda A^W + (1 - \lambda)A^U$ z parametrem $\lambda = 0,24$ otrzymujemy wynikowy zbiór rozmyty dla każdego studenta. Dla pięciu wymienionych studentów zbiory rozmyte mają postać daną tabelą

Tabela 8. Zestawienie końcowe zbiorów rozmytych dla przykładowych 5 studentów

	Zbiór rozmyty końcowy					
<i>Ocena</i>	2	3	3,5	4	4,5	5
Student nr 1	0,72	0,47	0,23	0,00	0,00	0,00
Student nr 2	1,00	0,65	0,25	0,05	0,05	0,05
Student nr 3	1,00	0,91	0,51	0,28	0,05	0,00
Student nr 4	1,00	0,86	0,58	0,39	0,27	0,05
Student nr 5	1,00	0,76	0,76	0,76	0,55	0,22

Źródło: Opracowanie własne.

Zgodnie z algorytmem opisanym w rozdziale 3 pozostało nam wyznaczyć ostateczną ocenę wykorzystując wzór (3.6). Zauważmy, że wszystkie zbiory rozmyte mają nierosnące funkcje przynależności $g(s)$ dla $s \in X$. Początkowe zbiory rozmyte uzyskane z zamiany wartości procentowej p oraz z zastosowania wzorów na (3.2) i (3.3) przyjmują tylko trzy wartości: 0, 1 i jedną wartość z przedziału $(0,1)$. Na przykład dla oceny dostatecznej z minimalną ilością punktów 51% odpowiedni zbiór rozmyty w zapisie Zadeha ma postać:

$$\frac{1}{2} + \frac{0,1}{3} + \frac{0}{3,5} + \frac{0}{4} + \frac{0}{4,5} + \frac{0}{5}$$

Zauważmy, że suma wartości funkcji przynależności $f(s)$ dla $s \in X$ w powyższym zbiorze wynosi 1,1. Oznacza to, że wartość średnia przypadająca na każdą ocenę wynosi $q = \frac{1,1}{6} \approx 0,183$.

Końcowe zbiory rozmyte, uzyskane przez dwukrotne zastosowanie kombinacji wypukłej wspomnianych zbiorów rozmytych przyjmują na ogół więcej niż jedną wartość z przedziału $(0,1)$ co widoczne jest w tabeli 8. Dlatego minimalny współczynnik wymagań występujący we wzorze (3.6) przyjęliśmy $q = 0,183$. W tabeli 9 przedstawiono, dla różnych parametrów q , wyniki zamiany końcowych zbiorów rozmytych, opisanych tabelą 8, na ocenę.

Tabela 9. Zestawienie końcowe oceny w zależności od q dla przykładowych 5 studentów

	Ocena końcowa			
	$q = 0,183$	$q = 0,2$	$q = 0,25$	$q = 0,35$
Student nr 1	3,5	3,5	3	3
Student nr 2	3,5	3,5	3,5	3
Student nr 3	4	4	4	3,5
Student nr 4	4,5	4,5	4,5	4
Student nr 5	5	5	4,5	4,5

Źródło: Opracowanie własne.

5. Wnioski końcowe

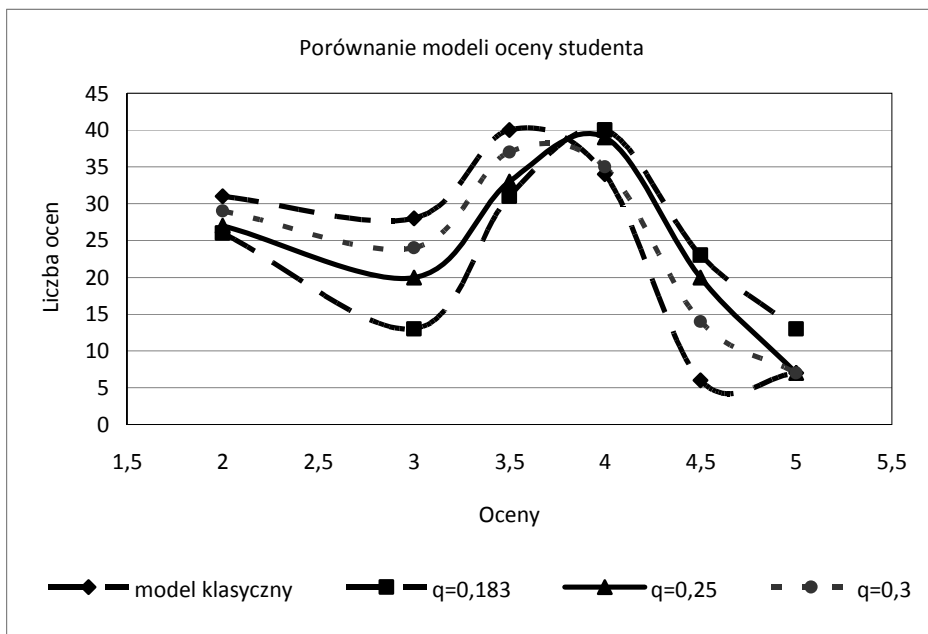
Porównanie tabeli 9 z ocenami przedstawionymi w ostatniej kolumnie tabeli 4 wskazuje na istotną różnicę modelu klasycznego oceniania i opisanego modelu rozmytego. Model rozmyty jest korzystniejszy dla studenta, wyznacza ocenę wyższą lub równą od oceny w modelu klasycznym.

Powyższy model został zweryfikowany na bazie 146 studentów ocenianych w modelu klasycznym. W następującej tabeli 10 oraz wykresie 2 podano końcowe wyniki porównujące oba modele.

Tabela 10. Zestawienie wyników dla modelu klasycznego i rozmytego (z uwzględnieniem różnych wartości q)

Oceny	2	3	3,5	4	4,5	5	Razem
Model klasyczny	31	28	40	34	6	7	146
Model rozmyty $q = 0,183$	26	13	31	40	23	13	146
Model rozmyty $q = 0,25$	27	20	33	39	20	7	146
Model rozmyty $q = 0,3$	29	24	37	35	14	7	146

Źródło: Opracowanie własne.



Wykres 2. Zestawienie wyników dla modelu klasycznego i rozmytego (z uwzględnieniem różnych wartości q)

Źródło: Opracowanie własne.

Obliczono również wartości średnie oraz współczynniki korelacji modelu rozmytego i modelu klasycznego. Wyniki zamieszczono w tabeli 11.

Tabela 11. Współczynniki korelacji modelu rozmytego i modelu klasycznego

	Średnia	Współczynnik korelacji
Model klasyczny	3,32	1,00
Model rozmyty $q = 1.1/6$	3,62	0,92
Model rozmyty $q = 0,25$	3,50	0,94
Model rozmyty $q = 0,3$	3,41	0,93

Źródło: Opracowanie własne.

Z powyższych obliczeń możemy stwierdzić, że zaprezentowany „miękki” model rozmyty przybliża dobrze klasyczny model oceniania i jest bardziej korzystny dla studenta.

Z wykresu 2 wynika, że dobór współczynnika wymagań q istotnie wpływa na ocenę końcową. Wraz ze wzrostem q model rozmyty przybliża się do modelu klasycznego.

Literatura

- Kacprzak J. (1986), *Zbiory rozmyte w analizie systemowej*, PWN, Warszawa.
- Przybyszewski K. (2008), *Zastosowanie zbiorów rozmytych do ewaluacji różnych aspektów systemów kształcenia*, „Automatyka”, 3(12), 1033–1044.
- Przybyszewski K. (2006), *Zastosowanie zbiorów rozmytych do oceny testów (problemów zamkniętych)*, „Automatyka”, 3 (10), 629–639.
- Yager R. R., Filev D. P. (1995), *Podstawy modelowania i sterowania rozmytego*, WNT Warszawa.
- Zadeh L.A. (1965), *Fuzzy sets*, „Information and Control”, 8(3), 338–353.

Izabela Józefczyk, Romuald Małecki, Roman Rumianowski

FUZZY LOGIC IN EDUCATION

Summary. This work presents using of fuzzy logic for analysis of achievement by a student the assumed effects education. It was researched on the base of results achieved by the students as part of subject mathematics in Plock Branch of Warsaw University of Technology. Finally, we have shown that fuzzy logic is a better method of students grading.

Keywords: fuzzy logic, student grading.