

Zależność asymptotyczna indeksów sektorowych notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie

Krzysztof Echaust*

1. Wprowadzenie

Modelowanie zależności między instrumentami finansowymi jest podstawowym zadaniem dla inwestorów w procesie pomiaru ryzyka i konstrukcji ich portfeli. Dopóki stopy zwrotu mają rozkład eliptyczny, w szczególności rozkład normalny, współczynnik korelacji Pearsona jest właściwą miarą zależności między nimi. Prowadzone liczne badania, od Mandelbrota (1963) i Fama (1965) począwszy, zaprzeczyły temu postulatowi, a tym samym zasadności stosowania współczynnika korelacji jako uniwersalnej miary wzajemnej zależności aktywów. Tym bardziej nie jest on jednak właściwą miarą, jeśli inwestor chce badać powiązanie ekstremalnych zmian cen na rynkach finansowych. W niniejszej pracy przedstawiono wyniki badań nad zależnością asymptotyczną (ekstremalną) dziesięciu indeksów branżowych notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie w latach 2011–2016. Jako narzędzie badawcze wykorzystano nieparametryczny estymator współczynnika zależności w ogonie rozkładu dwuwymiarowego wywodzący się z teorii wartości ekstremalnych (*Extreme Value Theory*). Takie ujęcie pozwala analizować jedynie wartości ekstremalne leżące w ogonach rozkładu bez konieczności uwzględniania wartości zwrotów z pobliża wartości oczekiwanej. Celem niniejszej pracy jest wyjaśnienie, czy istnieje – a jeśli istnieje, to jak silna jest – zależność asymptotyczna pomiędzy kursami spółek z poszczególnych sektorów gospodarki. Istnienie takiej zależności oznaczałoby, iż ekstremalne zmiany na różnych rynkach zachodzą jednocześnie, co poddaje w wątpliwość efektywność stosowania metod dywersyfikacji portfelowych w okresach dużej zmienności.

* Krzysztof Echaust, Uniwersytet Ekonomiczny w Poznaniu, Wydział Informatyki i Gospodarki Elektronicznej, Katedra Badań Operacyjnych.

Struktura pracy jest następująca. W punkcie pierwszym przedstawiona została koncepcja zależności asymptotycznej, jej podstawowe miary i sposób estymacji. W punkcie drugim przedstawiono opis badań empirycznych, szeregi czasowe poddane analizie oraz zakres czasowy badań. W kolejnym punkcie przedstawiono rezultaty badań empirycznych oraz wynikające z nich wnioski. Całość zamyka podsumowanie i wykaz cytowanej literatury.

2. Zależność asymptotyczna stóp zwrotu

Najbardziej znaną miarą zależności w finansach jest współczynnik korelacji liniowej. Łatwość obliczania i unormowanie jest oczywistą zaletą tej miary. Niewątpliwą wadą z kolei jest brak jej niezmienniczości na monotoniczne transformacje zmiennych (jak logarytmowanie czy potęgowanie) oraz konieczność istnienia drugiego momentu centralnego rozkładu, co nie jest oczywiste dla finansowych szeregów czasowych (Mandelbrot 1963; Fama 1965; Rachev 2003). Nie nadaje się on również do pomiaru zależności pomiędzy wartościami ekstremalnymi zmiennych. Podstawową miarą zależności ekstremalnej pomiędzy zmiennymi losowymi X_1, X_2 jest współczynnik zależności w ogonie (*tail dependence coefficient*, TDC)¹:

$$\lambda = \lim_{u \rightarrow 1} -\mathbb{P}(X_1 > F_1^{-1}(u) | X_2 > F_2^{-1}(u)), \quad (1)$$

gdzie: F_1, F_2 są rozkładami brzegowymi tych zmiennych. TDC mierzy częstość przekraczania kwantyla wysokiego rzędu u (wartość progowa) przez jedną zmienną, pod warunkiem, że został on już przekroczony przez drugą.

Aby wyeliminować wpływ rozkładów brzegowych na wzajemną zależność badanych zmiennych, zaleca się przekształcenie oryginalnych zmiennych (X_1, X_2) w taki sposób, aby transformowane zmienne (S_1, S_2) miały jednakowy rozkład (Embrechts, McNeil, Strautman 2002). Standardowo przyjmuje się standaryzowany rozkład Fréchéta w postaci:

$$S_1 = -1/\ln(F_{X_1}(X_1)) \text{ i } S_2 = -1/\ln(F_{X_2}(X_2)). \quad (2)$$

W ten sposób otrzymuje się:

$$\mathbb{P}(S_2 > s) = \mathbb{P}(S_1 > s) = s^{-1}, \text{ dla } s \rightarrow \infty, \quad (3)$$

1 Jest to współczynnik zależności w górnym ogonie, analogicznie definiuje się współczynnik w dolnym ogonie rozkładu; por. Nelsen 2006, s. 214.

a obie zmienne S_1 i S_2 mają tę samą strukturę zależności ekstremalnej co oryginalne zmienne X_1 i X_2 . Przy tych założeniach miarę zależności ekstremalnej definiuje się następująco (Poon, Rockinger, Tawn 2003):

$$\chi = \lim_{s \rightarrow \infty} \mathbb{P}(S_2 > s \mid S_1 > s), \quad (4)$$

gdzie: $\chi \in [0,1]$. Jeśli $\chi = 0$, wówczas zmienne S_1 i S_2 są asymptotycznie niezależne. Jeśli natomiast $\chi > 0$, to zmienne są asymptotycznie zależne, a χ mierzy stopień tej zależności. Sibuya (1960) pokazał, że jeśli zmienne losowe mają dwuwymiarowy rozkład normalny ze współczynnikiem korelacji $\rho < 1$, wówczas $\chi = 0$. Współczynnik χ jest wygodnym narzędziem pomiaru zależności ekstremalnej, pod warunkiem, że rozważana jest klasa rozkładów charakteryzująca się asymptotyczną zależnością. W przypadku rozkładów zmiennych asymptotycznie niezależnych ($\chi = 0$) wartości χ mogą być przeszacowywane ze względu na istnienie jakiejś formy zależności zmiennych dla wszystkich skończonych s . Stopień tego obciążenia zależy od różnicy pomiędzy estymowanym χ a $\mathbb{P}(S_2 > s \mid S_1 > s)$ i zależy od wartości s oraz tempa spadku $\mathbb{P}(S_2 > s \mid S_1 > s)$ do zera ze wzrostem s (Poon, Rockinger, Tawn 2003). Miara χ nie jest właściwym narzędziem dyskryminacyjnym dla siły zależności zmiennych asymptotycznie niezależnych (Beirlant i in. 2004, s. 345). Zależność między wartościami ekstremalnymi stóp zwrotu z ryzykownych aktywów nie może być modelowana przy założeniu *a priori* istnienia struktury asymptotycznej zależności. Jeśli taka struktura nie istnieje, a badane zmienne losowe są asymptotycznie niezależne, wówczas ujęcie takie powoduje przeszacowywanie rzeczywistego poziomu ryzyka jednoczesnego wystąpienia zdarzeń ekstremalnych. Z tego powodu Coles, Heffernan i Tawn (1999) wprowadzili uzupełniającą dla χ miarę niezależności asymptotycznej zdefiniowaną następująco:

$$\bar{\chi} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{2 \ln \mathbb{P}(S_1 > s)}{\ln \mathbb{P}(S_1 > s, S_2 > s)} - 1, \quad (5)$$

gdzie: $\bar{\chi} \in (-1,1]$. Jeśli $\bar{\chi} > 0$, wówczas zmienne S_1 i S_2 posiadają dodatnią zależność w klasie zmiennych asymptotycznie niezależnych, dla $\bar{\chi} = 0$ są całkowicie niezależne, a dla $\bar{\chi} < 0$ występuje ujemna zależność. Dla asymptotycznie zależnych zmiennych losowych $\bar{\chi} = 1$. Dla dwuwymiarowego rozkładu normalnego $\bar{\chi}$ jest współczynnikiem korelacji. Pełny obraz struktury zależności wartości ekstremalnych zmiennych otrzymuje się poprzez analizę pary $(\chi, \bar{\chi})$. Jeśli $\bar{\chi} = 1$, wówczas zmienne są asymptotycznie zależne, a wartość χ mierzy siłę zależności ekstremalnej. Jeśli $\bar{\chi} < 1$, wówczas $\chi = 0$, co oznacza asymptotyczną niezależność zmiennych, a wartość $\bar{\chi}$ jest właściwą oceną zależności (Coles 2001, s. 165). Pierwszym etapem analizy zależności ekstremalnej powinno być testowanie hipotezy $\bar{\chi} = 1$ (Poon, Rockinger, Tawn 2003).

Estymacji obu tych miar można dokonać, wykorzystując jednowymiarową reprezentację ogona rozkładu dla zmiennej $Z = \min\{S_1, S_2\}$ przedstawioną w pracy Ledforda i Tawna (1996):

$$\mathbb{P}(Z > s) = \mathbb{P}(\min\{S_1, S_2\} > s) = \mathbb{P}(S_1 > s, S_2 > s) = L(s)s^{-\frac{1}{\eta}},$$

dla $s \rightarrow \infty$, (6)

gdzie: $L(\cdot)$ jest wolno zmieniającą się funkcją², a $0 < \eta \leq 1$. Istnieje ścisła zależność pomiędzy η a $\bar{\chi}$:

$$\bar{\chi} = 2\eta - 1. \quad (7)$$

Z (7) wynika, że asymptotyczną zależność otrzymuje się, gdy $\bar{\chi} = \eta = 1$.

Przyjmując odpowiednio wysoką wartość progu u , można wyznaczyć estymatory miar χ i $\bar{\chi}$ oraz ich wariancje (Poon, Rockinger, Tawn 2003):

$$\hat{\bar{\chi}} = \frac{2}{N_u} \left(\sum_{i=1}^{N_u} \ln \frac{z_{(i)}}{u} \right) - 1, \quad (8)$$

$$\text{var}(\hat{\bar{\chi}}) = \frac{(\hat{\bar{\chi}} + 1)^2}{N_u}, \quad (9)$$

oraz

$$\hat{\chi} = \frac{uN_u}{n}, \quad (10)$$

$$\text{var}(\hat{\chi}) = \frac{u^2 N_u (n - N_u)}{n^3}, \quad (11)$$

gdzie: n jest wielkością próby, N_u jest liczbą przekroczeń wartości progowej u przez wartości $z_{(i)}$ ($i = 1, \dots, N_u$) zmiennej losowej Z . Estymator $\hat{\bar{\chi}}$ jest asymptotycznie normalny, zatem jeśli $\hat{\bar{\chi}} + 1,96\sqrt{\text{var}(\hat{\bar{\chi}})} < 1$, przyjmujemy, że badane zmienne są asymptotycznie niezależne i w efekcie przyjmujemy $\chi = 0$.

3. Opis badań empirycznych

Celem niniejszych badań był pomiar zależności asymptotycznej indeksów sektorowych notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie. Badania miały zweryfikować hipotezę o wyższej zależności w lewych ogonach rozkładów dwuwymiarowych niż w ogonach prawych. Oznaczałoby to, że ekstremalne spad-

2 $L(\cdot)$ jest nazywana wolno zmieniającą się funkcją, jeśli $\lim_{x \rightarrow \infty} L(tx)/L(x) = 1$, dla każdego skończonego t .

ki poszczególnych indeksów mają większą tendencję do jednoczesnego zachodzenia niż ekstremalne wzrosty. Badania empiryczne przeprowadzono dla dziesięciu indeksów sektorowych WIG20, przedstawionych w tabeli 1. Obliczeń dokonano na podstawie 1246 dziennych logarytmicznych stóp zwrotu z okresu pełnych pięciu lat od początku marca 2011 roku do końca lutego 2016 roku. Jako wartości ekstremalne przyjęto wartości zwrotów przekraczających kwantyl rzędu 5% i 95%, odpowiednio dla lewego i prawego ogona rozkładu.

W tabeli 1 przedstawiono statystyki opisowe analizowanych szeregów czasowych. Średnia i mediana typowo dla danych dziennych są bliskie zeru. Test t w żadnym przypadku nie odrzucił hipotezy o zerowej wartości średniej, nawet na poziomie istotności 10%. Skośność wszystkich szeregów jest lewostronna, co świadczy o wydłużonych lewych ogonach rozkładu. Przeprowadzony został test skośności D'Agostino, który na każdym poziomie istotności odrzucił hipotezę o zerowej skośności rozkładu. Wyjątkiem jest szereg WIG-media, dla którego na poziomie istotności 1% nie było podstaw do odrzucenia hipotezy o zerowej skośności (p -wartość równa 1,03%). Najbardziej skośny rozkład otrzymano dla szeregu WIG-telekomunikacja. Podobnie kurtoza i rozstęp tego szeregu są wyraźnie wyższe od pozostałych. To za sprawą jednej, wyraźnie odstającej obserwacji zwrotu z dnia 12.02.2013, w którym spółka TP S.A. straciła 30% za sprawą rozczarowujących wyników finansowych za czwarty kwartał 2012 roku. Test kurtozy Anscombe-Glynn'a we wszystkich przypadkach odrzucił hipotezę o kurtozie równej 3, jak ma to miejsce w przypadku rozkładu normalnego. Analizując statystyki zmienności, wyraźnie wyróżnia się szereg WIG-surowce z najwyższym poziomem zmienności. Surowce przestały drożeć od 2011 roku, a więc w całym okresie analizy. Dodatkowo coraz częściej pojawiające się obawy o kondycję chińskiej gospodarki i widmo kolejnego kryzysu wywołały silną presję na przecenę surowców. To spowodowało wzrost zmienności pojawiający się szczególnie w tym sektorze.

Tabela 1. Statystyki opisowe analizowanych szeregów czasowych

Sektor	Min.	Max	Kwant. 0,05	Kwant. 0,95	Śred- nia	Media- na	Wa- riancja	Odch. stand.	Skoś.	Eks. kurt.
Banki	-7,78	7,09	-2,17	2,22	-0,01	-0,01	2,03	1,43	-0,40	3,31
Budownictwo	-8,38	4,81	-2,19	1,90	-0,04	0,03	1,78	1,33	-0,95	4,72
Chemia	-10,38	7,77	-2,49	2,69	0,07	0,08	2,91	1,71	-0,48	3,48
Energetyka	-6,72	6,19	-2,16	2,11	-0,03	-0,05	1,85	1,36	-0,31	2,47
Informatyka	-6,38	4,56	-1,90	1,84	0,02	0,06	1,41	1,19	-0,51	3,22
Media	-6,84	5,49	-2,28	2,21	0,01	0,00	1,97	1,40	-0,18	1,40
Paliwa	-8,69	5,74	-2,41	2,47	0,02	0,00	2,48	1,57	-0,32	2,33
Spożywczy	-11,84	5,75	-2,33	2,27	-0,03	0,01	2,22	1,49	-0,53	4,47
Surowce	-16,06	9,11	-3,43	2,99	-0,07	0,07	4,24	2,06	-0,90	5,29
Telekom.	-28,20	7,57	-2,23	2,07	-0,04	-0,01	2,70	1,64	-4,52	72,50

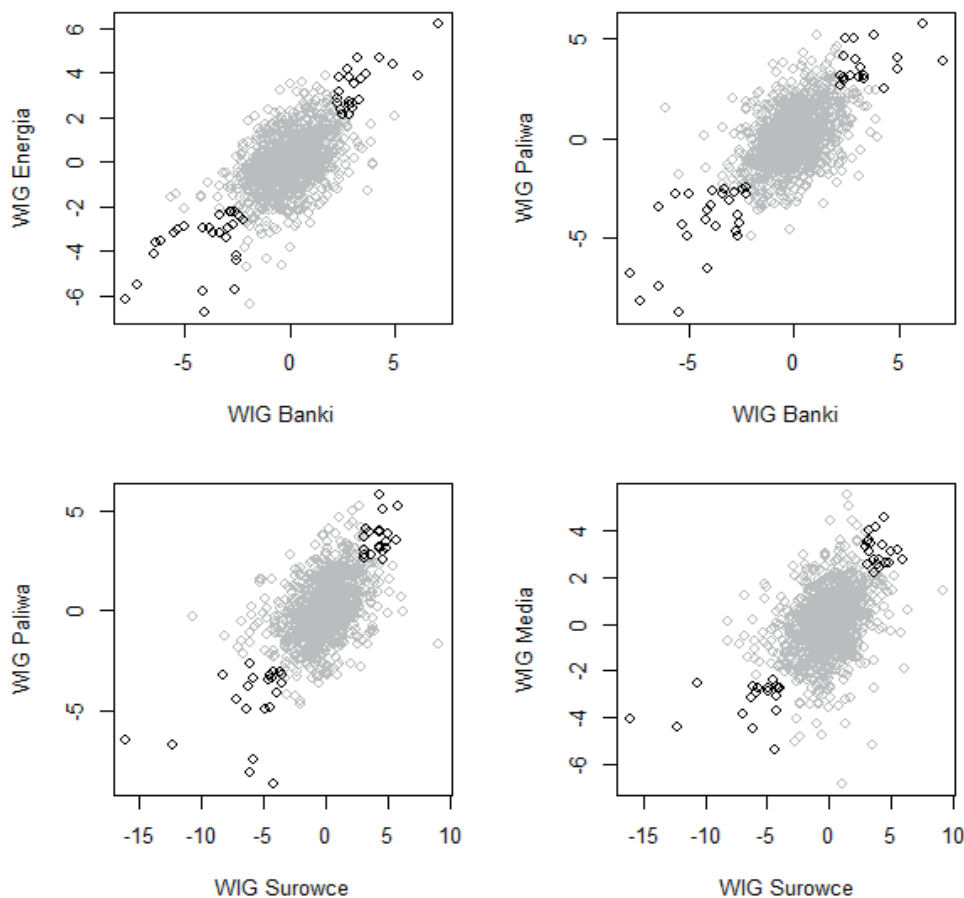
Źródło: opracowanie własne.

4. Wyniki badań empirycznych

Zależność asymptotyczna to powiązania jedynie wartości ekstremalnych szeregów czasowych. Wykres tych zależności dla czterech wybranych par indeksów przedstawia rysunek 1. Dość łatwo można na jego podstawie stwierdzić istnienie zależności ekstremalnej na pierwszym wykresie (WIG-energia–WIG-banki) i brak takich powiązań na wykresie czwartym (WIG-surowce–WIG-media).

Wyniki badań przedstawiono w tabeli 2. Liczba wspólnych przekroczeń przyjętej wartości progowej, poza sporadycznymi przypadkami, jest większa dla lewego ogona rozkładu dwuwymiarowego niż dla prawego. To sugeruje, że zależność ekstremalnych spadków i wzrostów różni się istotnie i ekstremalne spadki pojawiają się wspólnie znacznie częściej niż ekstremalne wzrosty. Oszacowania współczynnika korelacji oraz miar χ i $\bar{\chi}$ umieszczono w kolejnych kolumnach tabeli 2. Zgodnie z opisaną wcześniej procedurą, obliczenia zależności asymptotycznej przedstawiamy jedynie wtedy, gdy w wyniku testowania statystycznego nie było podstaw do odrzucenia hipotezy, że $\bar{\chi} = 1$. W tej sytuacji wartość χ określa siłę zależności ekstremalnej. Przypomnijmy, że we wszystkich obliczeniach przyjęto arbitralnie wartość progową u na poziomie kwantyla rzędu 5% i 95%, odpowiednio dla spadków i wzrostów. Z racji stosunkowo małej próby wyższe poziomy progów u generują dużą wariancję estymatorów i bardzo szerokie przedziały ufności.

Na 45 par indeksów jedynie w 11 przypadkach istnieje istotna statystycznie zależność asymptotyczna dodatnich stóp zwrotu, z czego aż 5 przypadków dotyczy sektora paliwowego. Ceny paliw to jeden z najważniejszych wskaźników dla inwestorów w ostatnich latach. Wzrosty kursów paliw, szczególnie te znaczące, były w tym okresie pozytywnym impulsem dla inwestorów również na innych rynkach. Zupełnie odmienny wynik otrzymano dla ekstremalnych zwrotów ujemnych. Jedynie w 9 przypadkach brak jest istotnej zależności asymptotycznej, z czego aż 7 przypadków dotyczy zależności sektora telekomunikacyjnego. Asymptotyczna zależność finansowych szeregów czasowych jest więc typową ich własnością, jeśli rozważamy lewe ogony rozkładów dwuwymiarowych. Z kolei jednoczesne ekstremalne dodatnie stopy zwrotu pojawiają się relatywnie rzadko. Wspólne pojawianie się ekstremalnych strat na pozycjach długich i relatywnie rzadkie pojawianie się jednoczesnych ekstremalnych zysków świadczy o wyraźnej asymetrii ekstremalnie wysokich zysków i strat na rynkach akcji. Podobne wnioski formułują Chollete, de le Peña i Lu (2009), którzy na podstawie 26 par indeksów giełdowych, z wykorzystaniem tej samej metody, dokumentują istnienie zależności asymptotycznej w lewych ogonach rozkładu i bardzo sporadycznie występującą zależność w prawych ogonach. Również z badań Echausta (2014) przeprowadzonych na rynku kontraktów futures w Polsce płyną podobne wnioski. Jedynie 3 z 21 badanych par kontraktów futures były asymptotycznie zależne w lewych ogonach, podczas gdy ujemne ekstremalne wartości, z wyjątkiem 7 przypadków, były istotnie zależne.



Rysunek 1. Zależności pomiędzy wybranymi parami indeksów branżowych i wspólne przekroczenia kwantyli rzędu 0,05 i 0,95

Źródło: opracowanie własne.

Przyjrzyjmy się jeszcze sile tych zależności. Najwyższą zależność asymptotyczną (najwyższe χ) odnotujemy dla powiązań sektora bankowego z pozostałymi. Sektor ten ma kluczowe znaczenie na GPW w Warszawie, często wyznaczając kierunek ruchu na całej giełdzie. Najwyższa zależność asymptotyczna istnieje w lewym ogonie rozkładu pomiędzy tym sektorem a sektorem paliw i surowców ($\chi = 0,44$) oraz sektorem budownictwa ($\chi = 0,41$). Wyjaśnić można to problemami branży surowcowej ze spłatą zaciągniętych w bankach długów wobec taniejących surowców. Powiązanie banków z budownictwem jest dość naturalne. Mają one duży udział we wsparciu tego sektora poprzez finansowanie inwestycji. Większość informacji, szczególnie tych negatywnych, na temat tych sektorów znajduje odzwierciedlenie również w kursach banków. Dla pozostałych par indeksów zależności asymptotyczne są na podobnym poziomie, średnio 0,33.

Warto jeszcze zwrócić uwagę na porównanie wartości współczynnika korelacji i miary zależności asymptotycznej. Współczynnik korelacji najwyższe wartości wskazuje dla indeksu WIG Banku z pozostałymi, a więc podobnie jak miara χ . W przypadkach par o niskich wartościach korelacji brak jest statystycznie istotnej zależności wartości ekstremalnych zwrotów. Można więc przypuszczać, że wysoki (niski) poziom zależności liniowych przekłada się na wysoki (niski) poziom zależności asymptotycznej. Jednak zależność asymptotyczna może występować tylko w jednym, najprawdopodobniej lewym ogonie rozkładu dwuwymiarowego. Przykładem są m.in. pary WIG-banki–WIG-media oraz WIG-banki–WIG-paliwa ze współczynnikiem korelacji, odpowiednio, 0,46 i 0,56 oraz brakiem zależności w prawym ogonie. A więc na podstawie miary χ otrzymujemy zasób informacji, który nie jest osiągalny na podstawie współczynnika korelacji.

Tabela 2. Liczba wspólnych przekroczeń wartości progowej, współczynnik korelacji i miary zależności asymptotycznej

Para indeksowa	Liczba przekroczeń		Współczynnik korelacji	Lewy		Prawy	
	Lewy	Prawy		$\bar{\chi}$	χ	$\bar{\chi}$	χ
banki-budownictwo	21	10	0,48	0,65	0,41	0,13	–
banki-chemia	24	16	0,50	0,84	0,39	0,65	0,33
banki-energetyka	16	22	0,57	0,97	0,39	0,75	0,41
banki-informatyka	14	21	0,53	0,98	0,38	0,73	0,33
banki-media	22	14	0,46	0,37	0,38	0,31	–
banki-paliwa	26	19	0,56	0,91	0,44	0,60	–
banki-spożywczy	19	14	0,42	0,83	0,33	0,44	–
banki-surowce	23	23	0,56	0,65	0,44	0,55	–
banki-telekomunikacja	10	10	0,29	0,42	–	0,14	–
budownictwo-chemia	20	14	0,44	0,90	0,37	–0,11	–
budownictwo-energetyka	19	10	0,37	0,79	0,33	0,29	–
budownictwo-informatyka	25	10	0,44	1,06	0,39	0,30	–
budownictwo-media	22	17	0,44	0,89	0,34	0,54	–
budownictwo-paliwa	21	14	0,41	0,98	0,35	0,61	0,26
budownictwo-spożywczy	16	12	0,40	0,74	0,36	0,31	–
budownictwo-surowce	14	11	0,41	0,56	0,35	0,32	–
budownictwo-telekomunikacja	12	9	0,20	0,47	–	0,20	–
chemia-energetyka	18	16	0,42	0,82	0,32	0,46	–
chemia-informatyka	19	15	0,42	1,05	0,34	0,63	0,26
chemia-media	18	13	0,44	0,82	0,36	0,48	–
chemia-paliwa	17	17	0,49	0,90	0,34	0,78	0,30
chemia-spożywczy	14	11	0,36	0,97	0,27	0,46	–
chemia-surowce	21	11	0,45	0,74	0,35	0,39	–

Para indeksowa	Liczba przekroczeń		Współczynnik korelacji	Lewy		Prawy	
	Lewy	Prawy		$\bar{\chi}$	χ	$\bar{\chi}$	χ
chemia-telekomunikacja	11	11	0,23	0,50	–	0,34	–
energetyka-informatyka	19	14	0,46	0,92	0,33	0,31	–
energetyka-media	18	13	0,39	0,99	0,31	0,30	–
energetyka-paliwa	22	18	0,48	0,92	0,36	0,60	–
energetyka-spożywczy	18	9	0,35	0,94	0,30	0,30	–
energetyka-surowce	20	19	0,46	0,71	0,37	0,57	–
energetyka-telekomunikacja	10	18	0,30	0,49	–	0,62	0,32
informatyka-media	20	16	0,41	0,82	0,34	0,54	–
informatyka-paliwa	22	14	0,46	1,29	0,31	0,57	–
informatyka-spożywczy	17	19	0,39	0,79	0,34	0,73	0,29
informatyka-surowce	16	15	0,42	0,65	0,34	0,57	–
informatyka-telekomunikacja	11	10	0,21	0,60	–	0,26	–
media-paliwa	19	14	0,41	0,86	0,31	0,76	0,28
media-spożywczy	20	17	0,39	0,77	0,36	0,52	–
media-surowce	18	20	0,41	0,59	–	0,49	–
media-telekomunikacja	14	10	0,25	0,61	0,29	0,34	–
paliwa-spożywczy	20	16	0,41	1,00	0,30	0,66	0,30
paliwa-surowce	21	20	0,50	0,85	0,34	0,65	0,38
paliwa-telekomunikacja	13	9	0,24	0,62	0,28	0,23	–
spożywczy-surowce	16	15	0,39	0,56	–	0,31	–
spożywczy-telekomunikacja	13	8	0,21	0,57	–	0,40	–
surowce-telekomunikacja	10	9	0,22	0,34	–	0,39	–

Źródło: obliczenia własne.

5. Podsumowanie

W pracy podjęto rozważania na temat zależności asymptotycznej stóp zwrotu. Badaniom poddano indeksy sektorowe notowane na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie w latach 2011–2016. Do pomiaru współzależności wykorzystano nieparametryczny estymator zależności w ogonie rozkładu dwuwymiarowego wywodzący się z teorii wartości ekstremalnych. Wyniki badań wskazują, że indeksy sektorowe, poza sektorem paliwowym, wykazują w większości przypadków brak zależności asymptotycznej dodatnich stóp zwrotu, podczas gdy ekstremalne ujemne stopy zwrotu, poza sektorem telekomunikacyjnym, charakteryzują się istotną zależnością asymptotyczną. Oznacza to, że duże wzrosty cen

akcji pochodzących z różnych sektorów gospodarki nie występują jednocześnie, podczas gdy ekstremalne spadki kursów akcji są ze sobą powiązane. Ekstremalne ujemne wartości zwrotów mają więc tendencję do grupowania, co oznacza, że wpływ negatywnych informacji z jednego sektora jest odzwierciedlony również w innych sektorach. Zostaje wówczas zachwiana efektywność dywersyfikacji portfela jako sposobu zapewnienia sobie systematycznych zysków, niezależnie od sytuacji panującej na rynkach finansowych.

Bibliografia

- Beirlant J., Goegebeur Y., Segers J., Teugels J. (2004), *Statistics of Extremes. Theory and Applications*, Wiley, England.
- Coles S.G. (2001), *An Introduction to Statistical Modeling of Extreme Values*, Springer, London.
- Coles S.G., Heffernan J., Tawn J.A. (1999), *Dependence Measures for Extreme Value Analyses*, *Extremes*, 3, p. 5–38.
- Chollete L., de le Peña V., Lu C.C. (2009), *International Diversification: An Extreme Value Approach*, *Journal of Banking & Finance*, 36(3), p. 871–885.
- Echaust K. (2014), *Ryzyko zdarzeń ekstremalnych na rynku kontraktów futures w Polsce*, Wydawnictwo Uniwersytetu Ekonomicznego w Poznaniu, Poznań.
- Embrechts P., Klüppelberg C., Mikosch T. (1997), *Modelling Extremal Events for Insurance and Finance*, Application of Mathematics, Springer, New York.
- Embrechts P., McNeil A., Strautman D. (2002), *Correlation and Dependency in Risk Management: Properties and Pitfalls*, [in:] M.A.H. Dempser, *Risk Management: Value at Risk and Beyond*, Cambridge University Press.
- Fama E. (1965), *The Behavior of Stock Market Prices*, *Journal of Business*, 38, p. 34–105.
- Ledford A.W., Tawn J.A. (1996), *Statistics for near independence in multivariate extreme values*, *Biometrika*, 83, p. 169–187.
- Nelesen B.R. (2006), *An Introduction to Copulas*, Springer, New York.
- Mandelbrot B. (1963), *The Variation of Certain Speculative Prices*, *Journal of Business*, 36, p. 394–419.
- Poon S.H., Rockinger M., Tawn J. (2003), *Modelling Extreme-Value Dependence in International Stock Markets*, *Statistica Sinica*, 13, p. 929–953.
- Rachev S. (2003), *Handbook of Heavy-tailed Distributions in Finance*, North Holland.
- Sibuya M. (1960), *Bivariate Extreme Statistics I*, *Ann. Inst. Statist. Math.*, 11, p. 195–210.

ZALEŻNOŚĆ ASYMPTOTYCZNA INDEKSÓW SEKTOROWYCH NOTOWANYCH NA GIEŁDZIE PAPIERÓW WARTOŚCIOWYCH W WARSZAWIE

Streszczenie

Modelowanie zależności między instrumentami finansowymi jest podstawowym zadaniem inwestorów w procesie pomiaru ryzyka i konstrukcji ich portfeli. Większość z nich koncentruje się na współczynniku korelacji jako podstawowej mierze zależności. Nie jest on jednak właściwą miarą, gdy analizowana jest zależność pomiędzy ekstremalnymi zmianami cen na rynkach finansowych.

Praca zawiera wyniki badań nad zależnością asymptotyczną dziesięciu indeksów branżowych notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie w latach 2011–2016. Jako narzędzie badawcze wykorzystano nieparametryczny estymator współczynnika zależności w ogonie rozkładu dwuwymiarowego. Wyniki badań wskazują, że indeksy sektorowe poza sektorem paliwowym wykazują w większości przypadków brak zależności asymptotycznej dodatnich stóp zwrotu, podczas gdy ekstremalne ujemne stopy zwrotu, poza sektorem telekomunikacyjnym, charakteryzują się istotną zależnością asymptotyczną.

Słowa kluczowe: zależność asymptotyczna, wartości ekstremalne, ogony rozkładu, indeksy sektorowe GPW

ASYMPTOTIC DEPENDENCE OF SECTOR INDICES LISTED ON THE WARSAW STOCK EXCHANGE

Summary

The modeling of the dependence between financial instruments is a fundamental task for investors in the process of risk measurement and creating their portfolios. Most of them focus on the correlation coefficient as a basic measure of the dependence. But it is not the suitable measure when the dependence between extreme price movements on the financial markets is analyzed. The work contains the empirical results concerning the asymptotic dependence of ten sector indices listed on the Warsaw Stock Exchange in the period of 2011–2016. As a research tool the nonparametric estimator of tail dependence followed from Extreme Value Theory is used. The results indicate that sector indices, excluding the fuel sector, are asymptotically independent when the right tails of bivariate distributions are considered, and it is documented here, that statistically significant asymptotic dependence exists when extreme negative returns are taken into account.

Keywords: asymptotic dependence, extreme returns, fat tails, stock market sector indices