

Człowiek i Środowisko
35 (3-4) 2011, s. 5-17

Iwona Jażdżewska

ZMIANY GĘSTOŚCI LUDNOŚCI MIEJSKIEJ W CENTRALNEJ POLSCE

Estymacja rozkładu gęstości zaludnienia z wykorzystaniem nieparametrycznych estymatorów jądrowych (*kernel function*)

Słowa kluczowe: ludność miast, gęstość zaludnienia, GIS, nieparametryczne estymatory jądrowe, *kernel function*, Polska

Wstęp

W XX wieku w Polsce, wraz ze wzrostem poziomu urbanizacji liczącym jako odsetek ludności miejskiej, wzrastała gęstość zaludnienia w większości miast. Nie był to proces ciągły. Przerwała go II wojna światowa, po której wiele miast nie odzyskało dawnej liczby mieszkańców – niektóre nawet do dnia dzisiejszego, np. Brzeziny. W okresie Polski Ludowej nacisk na silne uprzemysłowienie kraju spowodował liczne migracje do miast i wzrost liczby ich ludności. Z kolei na przełomie XX i XXI wieku zmienił się kierunek migracji, zmniejszył się przyrost naturalny i w wielu miastach zaczęło jej ubywać. Procesy demograficzne i urbanizacja miały wpływ na gęstość ludności miejskiej, która nie była równomiernie rozłożona w przestrzeni geograficznej Polski, a którą można obserwować na

mapach gęstości miast oraz zaludnienia w poszczególnych dekadach XX w. (Jażdżewska 2009).

Mapy gęstości zaludnienia są wykonywane na wiele sposobów, a ich podstawowym zadaniem jest jak najwierniejsze zaprezentowanie tego zjawiska w przestrzeni. Zazwyczaj były one konstruowane za pomocą kartogramu, na którym w określonych jednostkach administracyjnych (np. gminach, powiatach, województwach etc.) prezentowano iloraz liczby ludności przez powierzchnię jednostki przestrzennej (Ratajski 1989).

Innym sposobem prezentacji gęstości zaludnienia jest metoda estymacji, która opiera się o zbiór punktów i ich współrzędnych w przestrzeni (np. jednostek osadniczych), którym przyporządkowano liczbę ludności. Jej zastosowanie eliminuje problemy związane z porównywaniem wyników badań przekrojowych z różnych okresów, w których występowały zmiany podziału administracyjnego (Longley P. A. i in. 2008, Silverman 1981).

Aby wykorzystać narzędzia GIS do prezentacji gęstości zaludnienia w pierwszej wspomnianej metodzie, potrzebna jest warstwa z obszarami jednostek administracyjnych (typu poligon) powiązana z tabelą atrybutów, w której zapisane są niezbędne informacje o liczbie ludności i powierzchni jednostki (opcjonalnie, gdyż powierzchnię można obliczyć za pomocą odpowiedniej funkcji w GIS). Jeżeli prezentacja i analiza dotyczy jednego roku badawczego, przed twórcą kartogramu stoi problem, którą z metod konstrukcji kartogramu wybrać (Kraak, Ormeling 1998, Paślawski 2003). Jeśli analiza obejmuje kilka okresów spisowych, to wyniki mogą być zaprezentowane w podziale administracyjnym aktualnym w roku spisowym, ale porównanie ich z kolejnym rokiem spisowym wymaga dodatkowej pracy – przeliczania (szacowania) liczby ludności w nowych jednostkach administracyjnych. W przypadku Polski mamy do czynienia w częstymi zmianami granic administracyjnych i to na poziomie międzynarodowym w latach 1918-1945, jak i krajowym: liczne zmiany liczby i zasięgu województw po 1945 roku, likwidacja i powołanie powiatów, wydzielanie nowych gmin, włączanie jednostek osadniczych do miast, i odwrotnie – wydzielanie się miast z innych, np. na Śląsku. W związku z tym opisywana metoda nie zawsze precyzyjnie przedstawia zjawisko.

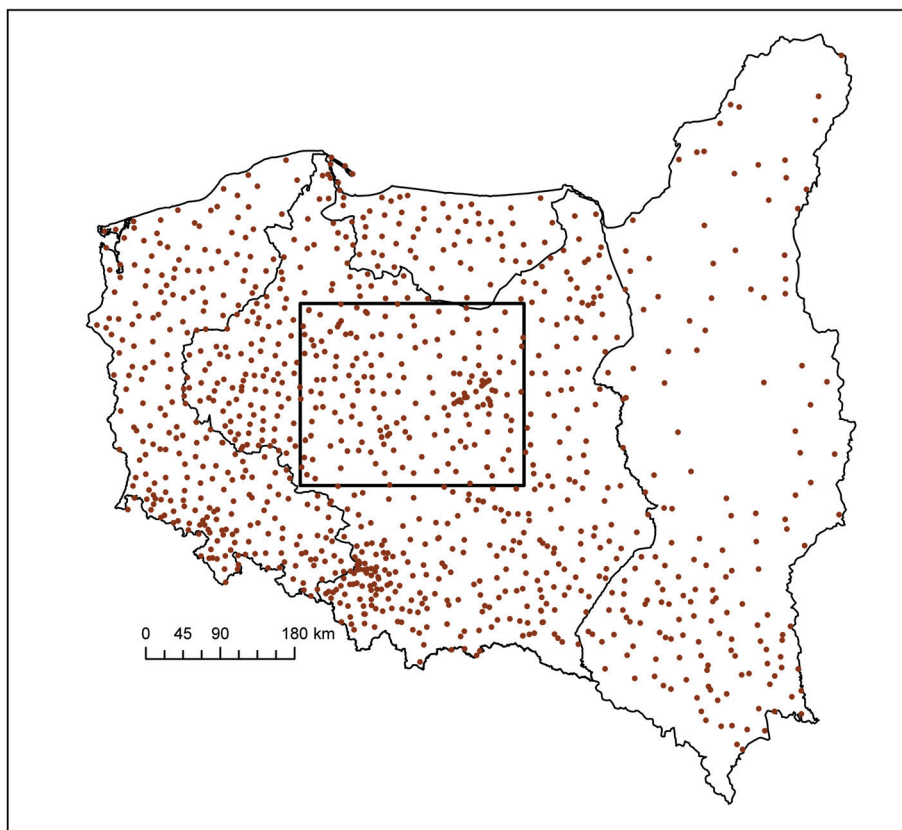
W drugim przypadku – wykorzystującym nieparametryczne estymatory jądrowe – do prezentacji i analizy gęstości zaludnienia niezbędna jest warstwa z jednostki osadniczej w postaci punktów, oraz przyporządkowanie im jednoznacznie informacji o liczbie ludności w roku spisowym. Wówczas można zastosować jedną z metod estymacji, np. *kernel funktion*. Wyniki przedstawione na mapie nie są uzależnione od granic administracyjnych,

a jedynie od liczby punktów i przypisanych im wag, oraz od przyjętych w metodzie wartości parametrów.

Artykuł prezentuje wyniki analizy zmian gęstości zaludnienia ludności miejskiej w XX wieku w centralnej Polsce za pomocą wspomnianej metody estymacji oraz krótką jej charakterystykę. Autorka uważa, że jest ona warta rozpowszechnienia do analizy zjawisk, które mają charakter dyskretny (punktowy).

Obszar badań i dane źródłowe

Do analizy wybrano fragment obszaru Polski obejmujący 60 tys. km², na którym w 2002 r. było 164 miasta o łącznej liczbie mieszkańców ok. 6 mln, czyli dwie aglomeracje – warszawska i łódzka (ryc.1). Po 1918 r.



Ryc. 1. Obszar badań na tle granic Polski z 1931 r. i współczesnych.

Źródło: opracowanie własne

obszar ten znajdował się w granicach państwa polskiego i zachodziło na nim wiele zmian granic administracyjnych na szczeblu krajowym. To powoduje, że prezentacja gęstości w jednostkach administracyjnych w kolejnych latach spisowych w postaci kartogramu jest nieporównywalna.

Do badań wykorzystano dane z Narodowych Spisów Powszechnych w Polsce w latach: 1931, 1950, 1960, 1970, 1988, 2002, oraz dane z GUS z lat 1978 i 2010. Wykorzystano warstwy numeryczne z siecią miast w postaci punktów, którym przyporządkowano liczbę mieszkańców w roku spisowym. Nie tylko liczba mieszkańców ulegała zmianie w XX wieku w Polsce, ale zmieniała się również liczba miast. Powstawały nowe miasta, jedne włączano do drugih, a niektóre pozbawiano praw miejskich (Jażdżewska 2009), dlatego każdy roczny spis uwzględniał ten fakt i zbiór miast zawierał ich rzeczywistą liczbę.

Metoda estymacji jądrowej

W metodzie estymacji jądrowej (*kernel function*) wykorzystuje się zbiór punktów w przestrzeni. W niniejszej pracy miasta były reprezentowane przez punkty, w których jednym z atrybutów była liczba mieszkańców. Oznacza to, że dane reprezentowane były przez obiekty dyskretne i spełniały warunki metody. Do tego typu danych pomiar gęstości szacuje się nie za pomocą interpolacji, ale za pomocą estymacji rozkładu gęstości. Jest to metoda nieparametryczna związana z tzw. estymatorami jądrowymi (*kernel function*). Funkcja ta przyjmuje postać wzoru:

$$f_h(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x - x_i}{h}\right)$$

W tym wzorze n oznacza wielkość próby, h jest współczynnikiem wygładzania (*bandwidth*), $x_1, x_2, \dots, x_n$ – to punkty n -elementowej próby losowej (Peters 2011), K jest funkcją jądra o pewnych własnościach, m.in. jest ona symetryczna względem zera, całkuje się do wartości 1. Zazwyczaj przyjmuje ona postać funkcji Gaussa:

$$K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right)$$

Funkcja gęstości prawdopodobieństwa zależy przede wszystkim od wartości parametru h , tzw. współczynnika wygładzania. Im wyższa

jego wartość, tym ulega ona większemu spłaszczeniu (Longley P.A. i in. 2008, s. 344).

Metoda polega na tym, że na wstępie tworzona jest siatka kwadratów o zadanej powierzchni (długość jego boku wybierana jest subiektywnie, a zależy od skali mapy oraz stopnia szczegółowości wyników)¹. Następnie wokół każdego z kwadratów wyznacza się koło o zadany promieniu, wewnątrz którego zliczana jest liczba punktów osadniczych. Kluczowym zadaniem jest wybór właściwej długości promienia, gdyż zbyt duża jego wartość powoduje zbytne wygładzenie (zgeneralizowanie) wyników, a zbyt mała jego wartość powoduje zbytne uszczegółowienie. W niniejszej analizie gęstości ludności miejskiej wybrano $r = 25$ km oraz długość boku kwadratu 0,5 km.

Wyznaczanie gęstości odbywa się następująco: wartość ilorazu (liczba miast dzielona przez powierzchnię koła) przyporządkowana zostaje do każdego kwadratu, przy czym obiekty (punkty) leżące bliżej środka kwadratu mają wagę wyższą niż obiekty położone dalej od niego. Wartości przyporządkowane komórkom są najpierw ważone, a następnie wagi są sumowane, a wynik jest dzielony przez powierzchnię koła. W ten sposób zostaje utworzona mapa gęstości punktów (np. jednostek osadniczych). Jeśli punktom nada się wagę (np. liczbę ludności), to powstanie mapa gęstości zaludnienia.

Wyniki badań

Analizie poddano serię map przedstawiających gęstość ludności miejskiej w latach spisowych, wykonaną za pomocą estymacji funkcji gęstości. Każda z nich prezentuje aktualną liczbę miast w danym roku spisowym oraz estymowaną gęstość. Metodę wybrano celowo, gdyż nie uwzględnia ona podziałów administracyjnych, jakie miały miejsce w Polsce w badanym okresie. Skala map jest jednakowa, a legenda została ujednolicona tak, aby mapy były porównywalne.

Na wstępie należy zauważyć, że w XX wieku na badanym obszarze (ryc. 1) wzrosła liczba miast z 136 w 1931 r. do 164 w 2002 roku. Głównie były to miasta małe liczące od 2 do 20 tys. mieszkańców. Z kolei przyrost

¹ W artykule wykorzystano oprogramowanie ArcMap 9.2 firmy ESRI moduł *Spatial Analysis*.

liczby wszystkich mieszkańców miast na badanym obszarze Polski był znaczny, ich liczba podwoiła się – w 1931 r. przekraczała 3 mln, a w 2010 r. – 6 mln osób. W XX wieku zmienił się zarówno rozkład przestrzenny miast jak i gęstość ludności miejskiej (ryc. 2-8).

W roku 1931 r., trzynaście lat po odzyskaniu niepodległości, rozmieszczenie miast na obszarze Polski środkowej było dość równomierne. Wyróżniał się jedynie obszar aglomeracji łódzkiej, w której w odległości 25 km od Łodzi było 10 miast. W tym czasie wokół Warszawy było ich o połowę mniej. I o ile rozmieszczenie miast w 1931 r. było równomierne, to rozmieszczenie ludności miejskiej charakteryzowało się dużą koncentracją (ryc. 2). Szczególnie silnie zaznaczają się dwie aglomeracje – warszawska i łódzka. W tej pierwszej dominuje Warszawa, a ludność miejska „rozlewa” się w kierunku południowo-zachodnim wzdłuż linii kolejowej przez: Pruszków, Grodzisk Mazowiecki, Żyrardów, Skierniewice, Łowicz. W aglomeracji łódzkiej ludność miejska „rozlewa” się w trzech kierunkach: zachodnim (Zduńska Wola, Sieradz), południowym (Piotrków Trybunalski, Tomaszów Mazowiecki) oraz północnym (Zgierz, Ozorków, Łęczyca – w kierunku Płocka). Warto zwrócić uwagę na brak podwyższonej gęstości ludności miejskiej między aglomeracjami warszawską i łódzką. W 1931 r. na mapie gęstości ludności miejskiej wyróżnia się ponad 100-tysięczna Bydgoszcz, z którą zespół miast tworzą Toruń i Inowrocław, oraz pojedyncze miasta średniej wielkości: Włocławek, Kalisz, Radom i Piotrków Trybunalski.

Po II wojnie światowej dwa miasta włączono do sąsiednich: Podgórz do Torunia oraz Rudę Pabianicką do Łodzi. Liczba miast *de facto* zmniejszyła się, ale ludność w nich zamieszkała nadal miała status ludności miejskiej. Prawa miejskie straciły Chorzele. Gęstość ludności miejskiej w aglomeracji warszawskiej i łódzkiej oraz ich układ przestrzenny nie zmienił się, ale w ich granicach powstały nowe miasta: Brwinów i Milanówek w pobliżu Warszawy oraz Koluszki w odległości ok. 25 km od Łodzi w kierunku południowo-wschodnim. Największe zmiany zaszły poza nimi. Na północnym zachodzie wzrosła gęstość ludności miejskiej w Bydgoszczy i Toruniu, a po przeciwnej stronie badanego obszaru na znaczeniu zyskał Radom. Z kolei na północnym wschodzie takie miasta, jak np. Mława, Pułtusk, Ostrów Mazowiecka i inne, straciły w okresie II wojny światowej duży odsetek liczby ludności i do roku 1950 jeszcze go nie odzyskały. Skutkiem tego obszar ten charakteryzuje się najmniejszą gęstością ludności miejskiej w 1950 r. na badanym obszarze, mniejszym niż przed 1939 rokiem.

Po 10 latach można odnotować zmiany w gęstości ludności miejskiej na badanym obszarze. Aglomeracja warszawska powiększyła liczbę miast; prawa miejskie uzyskały: Karczew, Legionowo, Piastów i Zielonka. Jej powierzchnia i gęstość ludności miejskiej zwiększyła się we wszystkich kierunkach. Na wschodzie objęła Mińsk Mazowiecki, na południu Górę Kalwarię, na północy Serock, na zachodzie Sochaczew i - co bardzo ważne - połączyła się z aglomeracją łódzką, która nie zmieniła zasadniczo kształtu w latach 1950-1960, ale połączyła się z Płockiem. Poza jej granicami prawa miejskie uzyskał Żelazów. Pozostałe miasta wzmocniły swoje znaczenie, zwiększając liczbę mieszkańców i gęstość zaludnienia. Na północnym wschodzie wojenne ubytki ludności odbudowała Mława, natomiast Ciechanów i Konin po raz pierwszy zwiększyły gęstość ludności (ryc. 3).

W latach 1960-1970 prawa miejskie uzyskały kolejne miejscowości, m.in. Janikowo, Sompolno, Izbica Kujawska, Nowe Skalmierzyce, Łochów, Łaskarzew. W aglomeracji warszawskiej powołano miasta: Podkowa Leśna, Ożarów Mazowiecki, Marki, Żąbki, Kobyłka, Sulejówkę, Konstancin Jeziorna, Tłuszcz, Tarczyn, co spowodowało, że jej zasięg przestrzenny zwiększył się równomiernie w kierunkach północnym, wschodnim i południowym. Część zachodnia aglomeracji charakteryzowała się zwiększoną gęstością zaludnienia i coraz mocniej łączy się z aglomeracją łódzką, a poprzez nią - co zaskakuje - z Płockiem. W 1970 r. zespół miejski Bydgoszcz - Toruń - Inowrocław przyłącza do siebie Włocławek. Zwiększyła się gęstość zaludnienia w Zagłębiu Konińskim (Konin wraz z Turkiem), która była konsekwencją inwestycji przemysłowych w tym zagłębiu. Na północnym wschodzie Ostrołęka zwiększa liczbę ludności i zmienia układ przestrzenny gęstości zaludnienia ludności miejskiej tego obszaru.

W kolejnych latach 1970-1978 proces urbanizacji w Polsce ulegał dalszemu postępowi, co można zaobserwować na mapach gęstości ludności miejskiej (ryc. 4). Ponadto w 1975 r. miała miejsce reforma administracyjna, która do 49 zwiększyła liczbę województw i zniósła podział na powiaty. Kilka średnich miast zlokalizowanych na omawianym obszarze zyskało rangę stolicy województwa, m.in. Ciechanów, Kalisz, Konin, Sieradz, Ostrołęka, Piotrków Trybunalski, Płock, Radom lecz po trzech latach reformy nie było widać jej skutków w postaci zwiększonej gęstości ludności miejskiej. Warto odnotować jej zwiększenie w Ciechanowie, Koninie, Ostrołęce, Toruniu. Wzrasta znaczenie miast, które dotychczas nie wyróżniały się na mapie gęstości ludności miejskiej: Koło, Mława, Ostrów Mazowiecka, Pułtusk. Po roku 1970 zniesiono sankcje meldunkowe i duża rzesza emigrantów zameldowała się w Łodzi i Warszawie, zwiększając tym samym gęstość

zaludnienia w tych miastach. Nie zahamowało to jednak wzrostu gęstości zaludnienia wokół tych miast. Aglomeracja warszawska nadal „rozlewa” się kierunku Łodzi, ale również obejmuje swym zasięgiem Wyszaków; w jej strefie powołano nowe miasto Józefów. Z kolei aglomeracja łódzka zwiększa swoje terytorium w okolicach zagłębia w Bełchatowie. Wyraźnie zwiększyły gęstość zaludnienia miasta średniej wielkości: Płock, Radom, Konin i Kalisz, a Bydgoszcz Włocławek, Toruń, Inowrocław połączyły się w jeden obszar o podwyższonej gęstości ludności miejskiej.

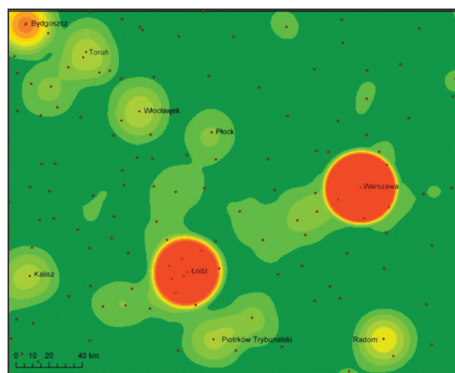
W latach 1978-1988 zaszły dalsze poważne zmiany gęstości ludności miejskiej, której zasięg w porównaniu z 1978 r. zwiększył się znacznie i to nie tylko w kierunku zachodnim jak dotychczas, ale również północno-wschodnim w stronę Wyszaków i Pułtuska. W pobliżu tej aglomeracji pojawiły się miasteczka „satelity”: Płońsk, Garwolin, Ostrów Mazowiecka. Warto zwrócić uwagę, że aglomeracja warszawska od swej „odnogi” łódzkiej zbliża się swym zasięgiem do Płocka. Również aglomeracja łódzka zwiększyła gęstość zaludnienia nie tylko w pobliżu Łodzi, ale również wokół Piotrkowa Trybunalskiego i Tomaszowa Mazowieckiego, a także Sieradza i Zduńskiej Woli oraz Kutna. Ciechanów i Mława tworzą obszar podwyższonej gęstości zaludnienia, który może połączyć się z aglomeracją warszawską. Na południu aglomeracji łódzkiej Bełchatów rozciągnął obszar o podwyższonej gęstości zaludnienia, która była spowodowana inwestycjami związanymi z wydobywaniem węgla brunatnego oraz budową elektrowni. Na południowym wschodzie Radom zwiększa swoją strefę, która łączy się poprzez opoczyńskie z aglomeracją łódzką oraz w kierunku Kozienic z miastami położonymi na wschód od niego.

Do 2002 r. powołano jeszcze miasta: Halinów, Łomianki, Piotrków Kujawski, Skępe, Biezuń, Pilawa, Drzewica, Głinojeck. Rozwój aglomeracji warszawskiej w kierunku zachodnim zmniejszył intensywność, a nawet nastąpił jego regres spowodowany zmniejszającą się liczbą mieszkańców takich miast, jak: Żychlin, Brzeziny, Łowicz. Za to wyraźnie przyspieszył w pozostałych kierunkach, szczególnie północnym. Aglomeracja łódzka nie zwiększyła znacząco obszaru, jedynie na południu Bełchatów dołączył do Piotrkowa Trybunalskiego i Tomaszowa Mazowieckiego, z którymi tworzy zespół o podwyższonej gęstości ludności miejskiej. Płock nie połączył się z Włocławkiem ani z Warszawą, tylko z dwukrotnie dalej położoną Łodzią, z którą łączy się korytarzem o podwyższonej gęstości ludności miejskiej. Na północnym zachodzie rysuje się obszar o podwyższonej gęstości, który zbliża się do zespołu miast Bydgoszcz-Toruń, Włocławek, Inowrocław.

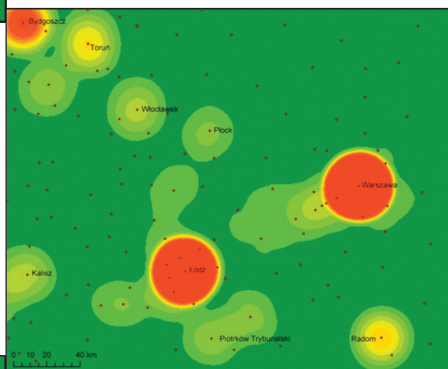
Ostatni przedział czasu poddany analizie obejmuje 8 lat XXI wieku (2002-2010), w którym nie zaszły już tak gwałtowne zmiany gęstości ludności miejskiej jak w okresach poprzednich. Można stwierdzić, że ustabilizowała się ona w tej części Polski. Powoli rysują się kolejne zmiany przeciwne do poprzednich. Zmniejszająca się liczba ludności miast na pograniczu województw mazowieckiego i łódzkiego, takich jak Brzeziny, Głowno, Łowicz, Żychlin, może spowodować oddzielenie się ich od siebie. Niewielki spadek liczby ludności w Golubiu-Dobrzyniu spowodował „rozerwanie” się połączeń miasteczek pomorskich z Toruniem i Bydgoszczą. Zastosowana metoda nie ukazuje jeszcze skutków zmniejszania się ludności w miastach powyżej 100 tys. mieszkańców; może to być spowodowane doбором przedziałów o najwyższej gęstości w kartogramie.

Podsumowanie

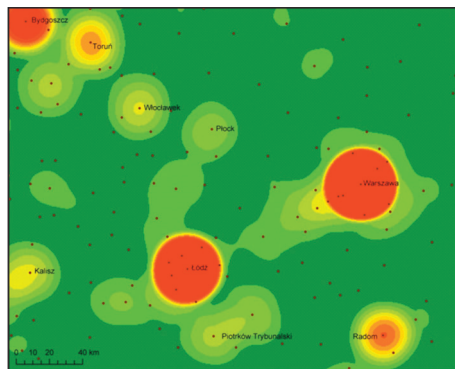
Przez 70 lat XX wieku zaszły poważne zmiany w gęstości zaludnienia ludności miejskiej w Polsce centralnej. Przyrost liczby ludności miejskiej z 3 do 6 mln zmienił zasadniczo jej rozkład przestrzenny. W 1931 r. dwie aglomeracje (warszawska i łódzka) oraz kilka średnich miast (Bydgoszcz, Toruń, Włocławek, Płock i Radom) skupiały ludność miejską. Na większej części badanego obszaru gęstość zaludnienia nie przekraczała 25 os./km². W kolejnych dekadach po drugiej wojnie światowej można zauważyć, że ludność miejska nie koncentrowała się wyłącznie w tych miastach, ale rozpraszala się po całym obszarze Polski centralnej. Analiza serii map pokazuje wpływ czynników gospodarczych (odkrycie i wydobywanie węgla brunatnego) na wzrost gęstości ludności miejskiej w okolicach Konina i Bełchatowa, administracyjnych (powołanie 49 województw) i zwiększenie znaczenia nowych ośrodków (Ciechanów, Kalisz, Sieradz, Piotrków Trybunalski, Radom i pozostałych). Interesujące jest śledzenie zmian wokół aglomeracji warszawskiej, łódzkiej, a także zespołu miast (Bydgoszcz, Toruń, Inowrocław i Włocławek). Warszawska strefa wpływów przez wiele lat rozciągała się w kierunku zachodnim w stronę Łodzi, ale w latach osiemdziesiątych ubiegłego wieku zaczęła się jej ekspansja w pozostałych kierunkach. W badanym okresie prawa miejskie uzyskało 16 miast położonych w granicach do 25 km od stolicy, które wraz z pozostałymi miastami i stolicą zamieszkiwało ok. 2,5 mln osób. Z kolei aglomeracja łódzka największe zmiany zanotowała do roku 1988, a w następnych latach widać jej wyraźny



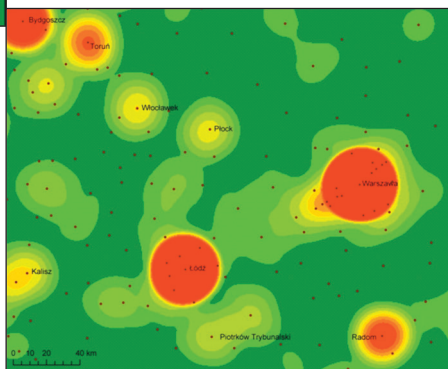
Ryc. 2 Gęstość ludności miejskiej
w 1931 r.



Ryc. 3 Gęstość ludności miejskiej
w 1950 r.

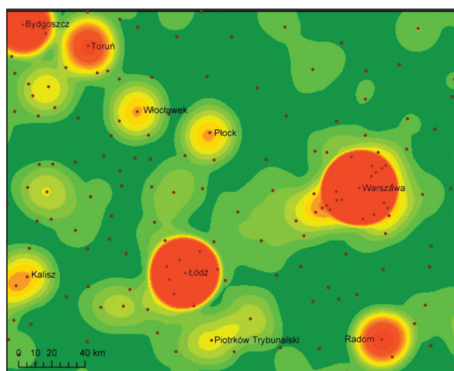


Ryc. 4 Gęstość ludności miejskiej
w 1960 r.



Ryc. 5 Gęstość ludności miejskiej
w 1970 r.

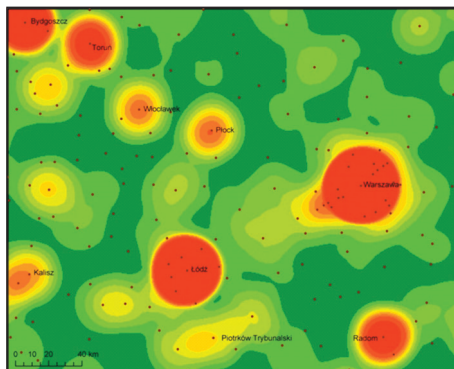
Źródło: opracowanie własne



Ryc. 6 Gęstość ludności miejskiej w 1978 r.

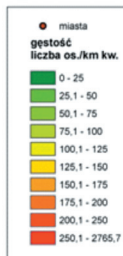


Ryc. 7 Gęstość ludności miejskiej w 1988 r.



Ryc. 8 Gęstość ludności miejskiej w 2002 r.

Legenda do rycin



Źródło: opracowanie własne



Ryc. 9 Gęstość ludności miejskiej w 2010 r.

regres (poza Bełchowem). Na początku XX w. Łódź i miasta aglomeracji liczyły ok. 1,5 mieszkańców.

Na zachodzie województwa łódzkiego spada liczba mieszkańców takich miast, jak Głowno, Brzeziny, Łowicz, Rawa Mazowiecka, Biała Rawska, co powoduje, że obszar między Łodzią a Warszawą nie może w najbliższej przyszłości zwiększyć gęstości ludności miejskiej.

Bydgoszcz z Toruniem utworzyły zespół miast, do którego dołącza Inowrocław i Włocławek, które może w niedalekiej przyszłości zamieszkiwać 1 mln mieszkańców. Na pozostałym obszarze znajdują się miasta, w których na początku XX wieku mieszkało ponad 1 mln osób. Są one równomiernie rozłożone w przestrzeni tej części Polski, wiele z nich to miasta małe i kilka średnich.

Zastosowana metoda estymacji pozwoliła na pokazanie w sposób dynamiczny zmian zachodzących w polskiej przestrzeni geograficznej z punktu widzenia gęstości ludności miejskiej oraz ich najbardziej znaczących kierunków. Metoda ta pozwala prześledzić nie tylko progres urbanizacji, jaki miał miejsce na tym obszarze, ale również jej regres w latach powojennych jak i na początku XXI wieku. Jej zastosowanie pokazało, że jest ona „wrażliwa” na wszelkie zmiany wagi (liczby ludności miejskiej), co powoduje odpowiednie zmiany na mapie, nie zawsze możliwe do uchwycenia w przypadku tradycyjnego kartogramu. Może być ona rekomendowana do podobnych analiz.

BIBLIOGRAFIA

- Jażdżewska I., 2008, *Przemiany miejskiej sieci osadniczej w Polsce w świetle metod matematycznych*, WUŁ, Łódź
- Kraak M. J., Ormeling F., 1998, *Kartografia wizualizacja przestrzenna danych*, PWN, Warszawa
- Longley P. A., Goodchild M. F., Maguire D. J., Rhind D. W., 2008, *GIS. Teoria i praktyka*, PWN, Warszawa
- Paślowski J., 2003, *Jak opracować kartogram*, WUW, Warszawa
- Peters S., 2011, Interactive Scale-dependent multidimensional Point Data Selection Rusing enhanced Polarization Transformation, [w:] A. Ruas (red.) *Advances in Cartography and GIScience. Volume 1, Selection from ICC 2011 Paris*, Springer Heidelberg Dordrecht London – New York, s. 387-409
- Ratajski J., 1989, *Metodyka kartografii społeczno-gospodarczej*, PPWK, Warszawa – Wrocław

Silverman B. V., 1981, Using Kernel Density Estimates to Investigate Multimodality, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)*, v.43, Issue 1, s. 97-99

Donthu Naven, Rust Ronald T., „Estimating Geographic Customer Densities Using Kernel Density Estimation”, *„Marketing Science”*, Vol. 8, No. 2 (Spring 1989), str. 191-203

Adres Autorki:

dr hab. Iwona Jażdżewska, prof. nadzw. IGPiM

Instytut Gospodarki Przestrzennej i Mieszkalnictwa

03-728 Warszawa, ul. Targowa 45

Changes of the Urban Population Density in Central Poland. Population Density Distribution Estimation Using Nonparametric Kernel Function

Summary

The article presents the results of the analysis of changes of the urban population density in Central Poland in the 20th century using one of the statistical methods meant for the estimation of discrete distributions, the so-called kernel function, and its brief characteristics.

The studies cover the period, for which comparable data has been gathered (from 1931 to 2010). The results of the studies have been presented in a textual form and on 9 drawings, showcasing the changes of the population density in Central Poland in the analyzed period.

