

Recenzja
rozprawy doktorskiej mgr. Piotra SZCZEPOCKIEGO
Zastosowanie modeli zmienności stochastycznej Ornsteina – Uhlenbecka
w analizie finansowanych szeregów czasowych,
napisanej pod kierunkiem prof. dr. hab. Czesława Domańskiego,
przygotowana dla Rady Wydziału Ekonomiczno – Socjologicznego Uniwersytetu Łódzkiego

Rozprawa doktorska mgr. P. Szczepockiego jest poświęcona szczególnym modelom zmienności stochastycznej (SV), niegaussowskim modelom SV typu Ornsteina – Uhlenbecka. Nazwa, „niegaussowskie modele” sugeruje, że nie jest to jeden model, ale cała klasa modeli opisujących przebieg zmienności instrumentu finansowego. Proces Ornsteina – Uhlenbecka ma w zastosowaniach szereg zalet, które – jak można sądzić – pozwalają konstruować modele SV dobrze pasujące do różnych finansowych szeregów czasowych, chociaż są to modele dość kłopotliwe w procesie estymacji.

W recenzji najpierw zostanie przedstawiona zawartość rozprawy i pewne komentarze odnoszące się do treści, a następnie zostaną przedstawione uwagi według schematu z formularza recenzyjnego nadesłanego przez Dziekana.

I

Układ rozprawy został dobrze dobrany do tematyki. Rozprawa została podzielona na cztery zrównoważone objętościowo rozdziały, przy czym pierwsze trzy z nich mają charakter formalny, mówimy „teoretyczny”, a czwarty – charakter empiryczny.

Literaturowy rozdział 1 został poświęcony, jak Autor zauważył w jego tytule, podstawowym pojęciom niezbędnym w dalszych rozważaniach w rozprawie, tj. procesom stochastycznym, procesom Levy’ego, w tym dwóm podklasom tego procesu: procesom podporządkowanym, które są stosowane, między innymi, do opisu czasu w innych procesach stochastycznych, i procesom samorozkładalnym, które są stosowane, między innymi, do opisu wariancji chwilowej, procesom Ornsteina – Uhlenbecka. Rozdział zawiera, znane z literatury, definicje (nie zawsze w literaturze jednoznaczne) i twierdzenia. Rozważania są prowadzone na dobrym poziomie matematycznym. Z oczywistych względów, w rozprawie nie ma wszystkich dowodów twierdzeń, ale w takich przypadkach Autor odsyła do źródeł literaturowych. Zawartość rozdziału jest dobrze uporządkowana, od podstawowych pojęć związanych z procesem stochastycznym do procesu Ornsteina – Uhlenbecka. Wartościowe są zawarte w rozdziale komentarze Autora, w większości dotyczące procesów Levy’ego, uświadamiające czytelnikowi, w jakim zakresie pojęcia (narzędzia) opisywane w rozdziale są ogólniejsze od pojęć (instrumentów) stosowanych w podręcznikowych, „klasycznych” analizach danych (rynków) finansowych. Chodzi mi o uwagi dotyczące tego, że szczególnymi przypadkami procesu Levy’ego są: proces Wienera (ruch Browna), proces Poissona, gamma, odwrotny Gaussa itd. albo, że szczególnym przypadkiem procesu Levy’ego jest bardzo popularny w analizach finansowych model Blacka – Scholesa. Słowem, chcąc prowadzić rozważania na pewnym poziomie ogólności Autor zajął się procesami Levy’ego jako bardziej ogólnymi od procesów stosowanych jeszcze do niedawna w analizach instrumentów finansowych.

Modele zmienności stochastycznej tym różnią się od modeli autoregresyjnych warunkowej heteroskedastyczności (ARCH), że zmienność, np. ceny instrumentu finansowego, jest opisana odrębnym procesem stochastycznym, a nie w sposób deterministyczny jako pewna funkcja historii. Stanowiące niewątpliwie postęp w badaniu procesów cen instrumentów

finansowych modele zmienności stochastycznej nie wymagają założenia, że zmienność cen tych instrumentów jest stała. Modele SV pojawiły się w literaturze przedmiotu około 50 lat temu, ale dopiero dużo później wzbudziły żywsze zainteresowanie, gdy opracowano i opublikowano metody szacunku tych modeli.

W zdecydowanej większości modele zmienności stochastycznej wywodzą się z dwóch koncepcji: (a) procesu Ornsteina – Uhlenbecka, (b) procesu stałej elastyczności wariancji. W dalszym ciągu rozprawy Autor zajmuje się modelami stochastycznej zmienności opierającymi się na dodatknych niegaussowskich procesach Ornsteina – Uhlenbecka. Te modele są przedmiotem rozdziału 2, który – podobnie, jak rozdział 1 – jest rozdziałem literaturowym. Formalne rozważania przedstawione w rozdziale opierają się na trzech pracach dwójki autorów: Barndorffa – Nielsena, Shepada, którzy zapoczątkowali stosowanie dodatknych niegaussowskich procesów Ornsteina – Uhlenbecka do opisu zmienności np. wycenianych instrumentów finansowych (od pierwszych liter nazwisk – modele BNS). Te procesy mają pewną „zaletę empiryczną”, bo wariancja jest dodatnia; nie trzeba więc dokonywać żadnych transformacji, co zwykle jest wymagane, gdy procesy takiej własności nie mają.

Ciekawe są zawarte w rozdziale komentarze o charakterze „praktycznym”. Te komentarze dotyczą np. własności procesów samorozkładalnych, złożenia procesów zmienności, efektu dźwigni (termin wywodzi się bodajże od Modiglianiego i Millera, klasyków finansów przedsiębiorstw), wariancji zrealizowanej. (Problem wariancji zrealizowanej pojawił się razem z danymi o wysokiej częstotliwości pochodzącymi z notowań tzw. ciągłych).

Rozdział 3 jest poświęcony estymacji niegaussowskich modeli zmienności stochastycznej typu Ornsteina – Uhlenbecka. Estymacja tych modeli jest i teoretycznie, i empirycznie trudna. Już we wstępie do rozdziału Autor dokonał dobrego przeglądu różnych podejść do estymacji modeli wspomnianego typu, chociaż w dalszej części rozdziału zajął się przede wszystkim dwiema metodami estymacji modeli BNS opierającymi się na: (a) filtrach Kalmana, (b) filtrach cząsteczkowych.

W rozważaniach na temat, znanych od lat 60 – tych ubiegłego wieku, filtrów Kalmana szczególnie wartościowe są uwagi Autora o charakterze praktycznym na temat, między innymi, interpretacji wielkości pojawiających na różnych etapach obliczeń, przyjmowania wartości początkowych, własności filtru Kalmana. Pouczająca jest dyskusja nad przedstawieniem modelu BNS w przestrzeni stanów i nad własnościami tego modelu omówionymi z punktu widzenia filtru Kalmana. Samodzielnym autorskim wynikiem w tej części rozdziału jest przedstawienie modelu BNS przy złożeniu kilku procesów wariancji chwilowej. To przedstawienie jest modelem liniowym, ale niegaussowskim, co oznacza, że estymator wariancji aktualnej, otrzymany za pomocą filtru Kalmana, jest najlepszym liniowym estymatorem, ale nie jest to estymator minimalizujący średni kwadrat błędu.

Odrębnym podejściem estymacyjnym są tzw. filtry cząsteczkowe zwane też sekwencyjnymi metodami Monte – Carlo. Wspomniane cząsteczki to ważone próby losowe. Autor z dużą swobodą omawia poszczególne zagadnienia, ciekawe teoretycznie i empirycznie, takie jak np.: zbilansowanie wag, repróbkiowanie, dobór funkcji ważności, zbieżność postępowania. Ważną własnością filtrów cząsteczkowych jest to, że estymowany model nie musi być liniowy albo gaussowski. Umożliwia to zastosowanie tej metody estymacji do modeli BNS z dźwignią (finansową), gdzie, po przedstawieniu modelu w przestrzeni stanów, równanie pomiarowe liniowe nie jest. Rozważany proces nie musi mieć gaussowskich zakłóceń.

Autor osobną uwagę w rozdziale poświęcił iterowanej filtracji, tj. pewnemu podejściu stosowanemu w zastosowaniach filtrów cząsteczkowych, a szczególnie generacji IF2 metody iterowanej filtracji. Autorzy tej generacji, Nguyen i Ionides, pokazali, że IF2 dostarcza dokładniejszych oszacowań aniżeli inna generacja oznaczona symbolem IF1. W dwóch artykułach opublikowanych w 2019 roku Autor zawarł zastosowanie generacji IF2 do oszacowania podstawowego modelu BNS przyjmując, że rozkładem stacjonarnym wariancji chwilowej jest

rozkład gamma^(*). W rozdziale 3 rozprawy Autor przedstawił rozważania na ogólniejszym poziomie aniżeli rozważania we wspomnianych artykułach, a ponadto, omówił podejścia do estymacji umożliwiające przyjęcie innych rozkładów, odwróconych Gaussa, temperowanych stabilnych, aniżeli rozkład gamma z artykułu.

Rozdział 4 ma charakter empiryczny. Zawiera przykłady zastosowania niegaussowskich modeli zmienności stochastycznej typu Ornsteina – Uhlenbecka do opisu zmienności trzech wielkości pochodzących z polskiego rynku finansowego: dwóch indeksów: WIG i WIG20 oraz kursu dolara wyrażonego w złotych polskich, USD/PLN. Elementy szeregów czasowych WIG oraz kursu dolara to dane dzienne, pochodzące z okresu od 6 września 2013 do 8 września 2017, a elementy szeregu czasowego WIG20 to dane minutowe pochodzące z okresu od 22 lutego 2017 do 21 lutego 2018. Dane minutowe posłużyły jako podstawa do wyznaczenia danych pięciominutowych.

W obliczeniach wykorzystano cztery wersje modeli zmienności stochastycznej typu Ornsteina – Uhlenbecka: podstawowy model oznaczany symbolem BNS, model ze złożeniem dwóch procesów zmienności wariancji chwilowej oznaczany symbolem BNS2, model z efektem dźwigni oznaczany symbolem BNSL oraz model ze złożeniem dwóch procesów zmienności i efektem dźwigni oznaczany symbolem BNS2L. Łatwo zauważyć, że rozważane modele tworzą dwa trzelementowe ciągi modeli zagnieżdżonych, które ułatwiają wyciągnięcie wniosków na temat zmienności opisywanych wielkości finansowych. Jako stacjonarne rozkłady samorozkładalne procesu wariancji chwilowej wybrano uogólnione odwrotne rozkłady Gaussa, a w szczególności, rozkład gamma, i odwrotny rozkład Gaussa, co Autor dość szczegółowo uzasadnił. Dwa wybrane rozkłady w połączeniu z czterema rozważanymi modelami oznaczają, że Autor rozważał osiem wariantów opisu zmienności każdej wielkości finansowej.

Autor dość szczegółowo przedstawił wyniki szacunku. To omówienie poprzedził omówieniem empirycznych szeregów czasowych, których charakterystyki różnią się od typowych charakterystyk zmiennych o rozkładzie normalnym. Są to szeregi, które wykazują istotną autokorelację nawet dla dużych opóźnień. Bez wątpienia, szeregi czasowe będące podstawą obliczeń nie spełniają założeń „klasycznych” modeli rynku finansowego. Ciekawie przedstawiono w rozdziale „klasyczne” wnioskowanie na temat modeli zagnieżdżonych, bo – jak wiadomo – model zagnieżdżony w innym modelu można potraktować jako ten inny model z dodatkowymi ograniczeniami nałożonymi na parametry. Takie wnioskowanie pozwoliło Autorowi na sformułowanie wniosków na temat natury procesu zmienności opisywanych wielkości finansowych.

II

1. Przedmiot rozprawy doktorskiej mgr. P. Szczepockiego został bardzo dobrze dobrany.
 - (a) Rynki finansowe stają się coraz bardziej wyrafinowane, przynajmniej jeśli idzie o instrumenty finansowe i sposób zawierania transakcji. „Klasyczne” podejścia charakterystyczne dla „starych” rynków nie pasują do „nowych” rynków, szczególnie do analizy zmienności wielkości finansowych.
 - (b) Dość wcześnie spostrzeżono, że przyjmowane w wielu modelach założenie o stałej, mierzonej w jakiś sposób, zmienności instrumentu finansowego jest kontrfaktyczne w tym sensie, że dane statystyczne, szeregi czasowe wielu zjawisk finansowych wykazują własności stojące w sprzeczności z tym założeniem (już bodajże w latach sześćdziesiątych ubiegłego wieku B. Mandelbrot zwrócił uwagę na zjawisko tzw. grupowania się zmienności).

(*) Artykuły P. Szczepockiego z 2019 roku są w następującym stadium opracowania redakcyjnego: (a) w recenzji jest artykuł zgłoszony do *Statistics in Transition. New Series*, (b) przyjęty do druku jest artykuł zgłoszony do Przeglądu Statystycznego. Ten pierwszy artykuł trudno uznać za publikację, bo z faktu, że coś jest w recenzji nie wynika, że będzie opublikowane. W recenzji przyjmuję, że artykuł w recenzji jest publikacją.

(c) Wydaje się, że modele zmienności stochastycznej stanowią jedną z odpowiedzi na wspomniany problem niespełniania założeń przez modele „klasyczne”. Analizowane przez Autora modele zmienności stochastycznej to kwestia ostatnich 20 może 30 lat. Poruszany w rozprawie problem jest więc bardzo aktualny.

(d) Z modelami zmienności stochastycznej, a zwłaszcza z ich estymacją, wiążą się problemy zaawansowane matematycznie, w każdym razie stopień zaawansowania jest dużo wyższy niż w typowej pracy awansowej z zakresu nauk ekonomicznych. Doktorant należy do mało licznej grupy osób, w każdym razie w Polsce, które zajmują się problemami zmienności stochastycznej na tak wysokim poziomie matematycznym.

2. Cele rozprawy, zarówno ogólny, jak i cele szczegółowe zostały w zasadzie zrealizowane. Można było zadbać o bardziej ambitne sformułowanie celów. Np. pierwszy cel szczegółowy: „przegląd i omówienie stosowanych niegaussowskich modeli stochastycznej zmienności typu Ornsteina – Uhlenbecka” został sformułowany w sposób, który sugeruje, że te modele są „porozrzucane” po literaturze, a tak nie jest. (Tym niemniej, zawarty w rozprawie przegląd modeli uważam za wartościowy).

3. Tekst rozprawy został podzielony na cztery dobrze zrównoważone objętościowo rozdziały, poprzedzone wstępem i zwieńczone zakończeniem. Tekst rozprawy uzupełniają: wykaz użytych oznaczeń oraz trzy aneksy; pierwszy, poświęcony rozkładowi bezwarunkowym stóp zwrotu, drugi, zawierający kod w języku R umożliwiający komputerową symulację niegaussowskich procesów Ornsteina – Uhlenbecka, a trzeci, poświęcony symulacji procesu cen. Dodać warto, że treść każdego rozdziału poprzedza wstęp stanowiący dobre wprowadzenie do rozważań zawartych w rozdziale.

Wybrane „algorytmiczne” fragmenty rozważań Doktorant uzupełnił schematami algorytmów zapisanymi w pseudokodzie. Te schematy stanowią podsumowanie pewnych etapów rozumowania, a także dobrze porządkują przeprowadzone rozważania.

4. Rozważania prowadzone w rozprawie można zaliczyć do statystyki matematycznej. Rozważania są zaawansowane matematycznie, jak wspomniałem, znacznie bardziej niż „przeciętna” praca naukowa z zakresu nauk ekonomicznych. Dodać jednak warto, że na takim właśnie poziomie prowadzi się obecnie badania nad zmiennością rynku finansowego. Poprzez rozprawę i publikacje naukowe Doktorant zajął poczesne miejsce w grupie osób, w każdym razie w Polsce, badających zmienność rynku finansowego.

5. Generalnie rzecz biorąc rozprawa jest napisana dobrym językiem. Przygotowując rozprawę Autor użył edytora tekstu bez modułu sprawdzania tego, co napisał, przez co w tekście jest relatywnie dużo drobnych błędów literowych. Prawdopodobnie wskutek tego, płeć niektórych autorów jest trudna do rozszyfrowania. Np. na s. 71 w ostatnim akapicie pierwsze zdanie sugeruje, że Black był kobietą, a drugie, że mężczyzną. (Jak wiadomo, Fisher Black był mężczyzną).

W kilku miejscach Autor zamiast zwrotu, że „coś jest zbieżne do czegoś” (np. s. 21, 145, 146) używa mniej eleganckiego zwrotu, że „coś zbiega do czegoś”.

Podobnie, w różnych miejscach tekstu Autor używa zwrotów typu: (a) „estymator postaci” (s. 123), (b) „funkcja korelacji postaci” (przypis 10) itd. W związku z tym nasuwają się pytania: (a) jak estymowana jest dana postać albo (b) jaką funkcją korelacji charakteryzują się poszczególne postaci? Powinno być „estymator o postaci” itd.

W rozprawie Autor, w wielu miejscach, używa pojęcia „stopa logarytmiczna” w domyśle zwrotu, „proces logarytmiczny cen” itd., zresztą za wieloma innymi autorami. Nie są to wyrażenia poprawne. Najkrócej, przy obliczaniu stóp zwrotu dużo ważniejsze jest założenie o ciągłym składaniu procentu od mechanicznej operacji logarytmowania. Poprawnymi wyrażeniami są zatem: „stopa zwrotu składana ciągle”, „proces logarytmów cen”. Zresztą, należy dodać, że Autor w wielu miejscach używa poprawnych wyrażen, ale na ogół – jakby nie mógł się zdecydować – raz jednych, a raz drugich.

Na s. 135 chodzi raczej o „liczbę”, a nie o „ilość”, jak napisał Autor.

Przypisy, tabele, wykresy, spis literatury nie budzą żadnych zastrzeżeń.

6. Zarówno zakres badań, jak i wybór metod badawczych Doktorant zawarł w tytule rozprawy. Jak wspomniałem, Doktorant zajmuje się modelami zmienności stochastycznej. Są to modele koncepcyjnie trudne, a estymacyjnie bardzo trudne. Autor przedstawił te modele w sposób zaawansowany, a jednocześnie umożliwiając zrozumienie istoty sprawy z punktu widzenia ewentualnych zastosowań. Zaproponował też metodę estymacji modelu BNS wykorzystującą filtry cząsteczkowe. Warto też dodać, że tymi problemami Autor zajmował się od jakiegoś czasu, a efekty Jego prac znalazły odzwierciedlenie w publikacjach. Należy dodać, że rozważania prowadzone w rozprawie stanowią rozszerzenie rozważań zawartych we wspomnianych publikacjach.

7. Spis literatury zawiera prawie 220 pozycji. W zdecydowanej większości są to prace wydane w języku angielskim i pochodzące z ostatnich 20, 30 lat, a więc są to prace nowe. Moim zdaniem, spis zawiera wszystkie najważniejsze prace na temat, jakiemu poświęcona jest rozprawa.

W rozprawach tego typu, co opiniowana, dane statystyczne dobierane są pod takim kątem, aby dobrze scharakteryzować problem, metodę, które są przedmiotem rozprawy. Moim zdaniem, dane statystyczne, które w badaniach mają charakter ilustracyjny, zostały dobrane poprawnie. Są to jednocześnie dane na tyle różne (indeksy, kurs waluty; dane dzienne, dane pięciodniowe), że umożliwiają sformułowanie ostrożnych wniosków empirycznych na temat stosowanych metod szacunku.

8. Przedstawieniu wyników Doktorant poświęcił odrębny, czwarty rozdział. W tym rozdziale opisano zastosowanie modelu BNS do opisu zmienności trzech wielkości finansowych na podstawie szeregów czasowych opisanych krótko w poprzednim punkcie. Oddzielnie opisano zastosowanie modeli BNS do opisu zmienności każdej z wielkości. Generalnie rzecz biorąc, w rozdziale dobrze scharakteryzowano dane statystyczne (szeregi czasowe), przedyskutowano dobór rozkładu stacjonarnego procesu wariancji chwilowej, przeprowadzono wnioskowanie statystyczne, opisano uzyskane wyniki. Z pewnością rozdział mógłby być objętościowo większy, ale podstawowe zagadnienia związane z zastosowaniem i estymacją modeli BNS zostały opisane właściwie (a przy tym zwięźle).

9. Dobre strony i wady rozprawy

Dobre strony rozprawy

(a) Waga problematyki. Problem zmienności wielkości finansowych, instrumentów finansowych jest tak stary, jak rynki finansowe. Sam ten problem się zmienia w czasie, ponieważ rynki finansowe się zmieniają. Problematyka, jaką podjął Autor, to problematyka „zawsze aktualna”. Z drugiej strony, podejście do badania zmienności wielkości finansowych tak, jak robi to Autor, to obecnie podejście (chyba) najbardziej nowatorskie.

(b) Omówienie modeli zmienności stochastycznej Ornsteina – Uhlenbecka (rozdział 2 rozprawy). Wprawdzie rozważania opierają się głównie na wynikach badań trójki autorów, to – ze względu na walory popularyzatorskie – warto byłoby ten tekst gdzieś opublikować. Szczególnie wartościowe są, moim zdaniem, uwagi praktyczne Autora zawarte w rozdziale.

(c) Metoda szacunku modeli BNS. Autor zaproponował własną metodę estymacji parametrów modeli opierającą się na iterowanej filtracji pozwalającej wykorzystanie filtrów cząsteczkowych.

(d) Dobrze zaprojektowane i przeprowadzone obliczenia przykładowe, które właściwie ilustrują zastosowanie modeli zmienności stochastycznej Ornsteina – Uhlenbecka do analizy szeregów czasowych. W rozdziale czwartym Autor pieczołowicie opisał postępowanie statystyczne związane z zastosowaniem tych modeli.

(e) Opracowanie własnych skryptów w języku programowania R. Jak zwykle w takich przypadkach, Autor posłużył się istniejącymi procedurami, które „wprzął” w swój własny skrypt. Wszystko to oznacza, że Autor jest biegły w posługiwaniu się językiem R.

(f) Bogata literatura przedmiotu. Jak wspomniałem, w spisie literatury znajdują się chyba wszystkie najważniejsze prace z zakresu modeli typu Ornsteina – Uhlenbecka i ich wykorzystania. Przygotowując rozprawę Autor wykazał się bardzo dobrą znajomością literatury przedmiotu.

Główne wady rozprawy. Komentarze.

(a) Lektura rozprawy wymaga dobrego przygotowania matematycznego (statystyka matematyczna). Nie jest to bynajmniej wada pracy awansowej. W celu lepszego rozpropagowania podejścia charakterystycznego dla modeli zmienności stochastycznej dobrze byłoby przygotować tekst na nieco niższym poziomie zaawansowania matematycznego. Autora stać na taki tekst, o czym przekonują komentarze praktyczne w rozdziałach.

(b) Autor prowadzi rozważania w sposób bardzo skoncentrowany. Np. gdy zaczyna rozważania na temat modeli zmienności stochastycznej, to szybko przechodzi do modeli typu Ornsteina – Uhlenbecka i przy nich pozostaje. Rozumiem, że rozprawę doktorską trzeba utrzymać w rozsądnych rozmiarach, ale czytelnika interesuje, w jakiej relacji modele typu Ornsteina – Uhlenbecka pozostają do innych modeli, jak silne są założenia modeli, jakie potencjalnie problemy są związane z ich zastosowaniem.

(c) Obliczenia przedstawione w rozprawie mają charakter ilustracyjny w tym sensie, że pokazują, jak zastosować model BNS do opisu zmiennych, których wartości tworzą szeregi czasowe. Obliczenia pokazują np., w jaki sposób można zastosować metody szacunku parametrów konkretnych modeli. Trudno na podstawie przedstawionych obliczeń wyciągnąć wnioski, w jakiej relacji uzyskane wyniki pozostają do wyników, które można by uzyskać na podstawie tych samych szeregów czasowych, ale innymi metodami, wykorzystując inne modele. Czym można by uzasadnić ewentualne różnice?

10. Z pełnym przekonaniem stwierdzam, że opiniowana rozprawa spełnia wymagania stawiane rozprawom doktorskim w obowiązujących przepisach, zgodnie z treścią art. 13 ust. 1 ustawy z dnia 14 marca 2003 roku o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki (Dz. U. 2016 r. poz. 882, 1311 ze zm.).

Wnoszę o dopuszczenie mgr. P. Szczepockiego do publicznej obrony rozprawy doktorskiej, a po pozytywnym wyniku obrony, o czym jestem przekonany, o nadanie stopnia doktora nauk ekonomicznych.

