

*Adam Śliwiński**

WPLYW PRZESTRZENNEJ ANALIZY RYZYKA NA EFEKTYWNOŚĆ UBEZPIECZEŃ NA ŻYCIE

Słowa kluczowe: finanse, ubezpieczenia, analiza ryzyka, efektywność.

1. Wprowadzenie

W okresie silnej konkurencji oraz utraty zaufania klientów zakłady ubezpieczeń, w szczególności zakłady ubezpieczeń na życie powinny poszukiwać nowych czynników konkurencyjności. Jednym z najistotniejszych obszarów tworzenia przewagi konkurencyjnej jest oferta ubezpieczeniowa. W jej ramach ważnym kryterium jest cena – składka ubezpieczeniowa. Budując przewagę konkurencyjną zakład ubezpieczeń może optymalizować poziom cen oferowanych usług. W procesie tym towarzystwo ubezpieczeń musi zwrócić uwagę na kilka istotnych konsekwencji. Po pierwsze towarzystwo ubezpieczeń musi gwarantować pełność i realność usług. Zasady te postulują odpowiednio, pierwsza: wypłatę odszkodowań w pełni pokrywających skutki finansowe szkód oraz druga: gwarancję wypłaty odszkodowania w przyszłości. Poziom cen usługi ubezpieczeniowej warunkuje ogólną równowagę finansową w zakładzie ubezpieczeń i jego wypłacalność. W związku z tym zmianę poziomu cen należy poprzedzić szczegółowymi badaniami empirycznymi. Uwzględniając charakter usługi ubezpieczenia oraz jej finansowy wymiar badania te muszą spełniać wymogi stawiane badaniami o charakterze badań ekonomicznych.

Celem artykułu jest prezentacja wyników badań weryfikujących wpływ przestrzennej analizy ryzyka śmierci na poziom efektywności ubezpieczeń na życie¹. Artykuł składa się z trzech części. W części pierwszej dokonano grupo-

* Dr. inż., Szkoła Główna Handlowa w Warszawie.

¹ Koncepcja wdrożenia różnicowania przestrzennego składki w ubezpieczeniach na życie została przedstawiono artykule A. Śliwiński, *Insurance Company Financial Management by Optimizing Premium Level*, Anglo-Polish Colloquium 2004, The EU Accession, Public Finance and Foreign Direct Investment, School of Slavonic and East European Studies, University College London, London 2004, (working paper of School of Slavonic and East European Studies nr 42). Koncepcja optymalizacji cen ubezpieczenia na życie w zależności od regionalnych różnic w poziomie prawdopodobieństwa śmierci pojawiła się również w tekście autorstwa B. Babel, S. Eckel,

wania regionów według wybranych cech. Segmentacji dokonano dla 16 regionów wstępnych (województw Polski) z zastosowaniem sześciu cech. Wykorzystane cechy to: średni wiek osób zamieszkujących dany region (Var1), częstość zgonów osób w wieku średnim zamieszkujących dany region (Var 2), wartość parametru B funkcji Gompertza (Var 3), wartość parametru h funkcji Gompertza (Var 4), udział mężczyzn w średnim wieku w całkowitej liczbie osób w wieku średnim zamieszkującej dany region (Var 5). W celu porównań regionów zastosowano analizę klastrów. Jako wynik porównania regionów wstępnego grupowania otrzymano dwa obszary tzw. regiony opłacalności. W części drugiej dokonano kalkulacji stóp składek w tzw. klasycznych ubezpieczeniach na życie. Stopy składki kalkulowano oddzielnie dla otrzymanych regionów opłacalności. W części trzeciej w oparciu o regionalne częstości zgonów oszacowano fundusz pozostały po ubezpieczeniu na przykładzie ubezpieczenia mieszanego oraz dokonano kalkulacji efektywnej stopy zwrotu z kontraktu ubezpieczenia na życie. W celu oszacowania efektywnej stopy zwrotu wykorzystano podejście zaproponowane przez D. Moffeta [Moffet, 1979]. Wyniki prezentowanych badań potwierdzają tezę, że przestrzenna analiza ryzyka ma wpływ na wzrost efektywności w ubezpieczeniach na życie. Proponowany sposób oceny ryzyka (regionalizacja) poza sektorem ubezpieczeń może mieć także zastosowanie w procesie optymalizacji przepływów finansowych w systemie emerytalnym.

Badania mają charakter empirycznych. Do ich zrealizowania wykorzystano bazę danych stworzoną przez autora. Tworząc bazę danych wykorzystano najbardziej obiektywne i wiarygodne źródła takie jak publikacje Głównego Urzędu Statystycznego, Narodowego Banku Polskiego oraz Komisji Nadzoru Finansowego i Polskiej Izby Ubezpieczeń.

2. Metodyka badawcza

Etapy badań oraz metodyka badawcza wynikają bezpośrednio z dążenia autora do zrealizowania celu głównego badań, czyli weryfikujących wpływ przestrzennej analizy ryzyka śmierci na poziom efektywności ubezpieczeń na życie. W etapie pierwszym dokonano szacunku częstości zgonów osób w wieku od

R. Schmidt and V. Schmidt, *Mortality maps based on spatial extrapolation*, Working paper Department of Stochastic, University of ULM, dostępny w: www.mathematik.uniulm.de/stochastik/aktuelles/sh06/sh_eckel.pdf. Na znaczenie kryterium przestrzennego w sterowaniu procesami ubezpieczeniowymi zwracała również uwagę prof. I. Jędrzejczyk. Patrz na przykład I. Jędrzejczyk, *Przestrzenne uwarunkowania i efekty rozwoju biznesu ubezpieczeniowego w Polsce*, w: *Konkurencyjność miast i regionów a przedsiębiorczość i przemiany strukturalne*, pr. zbior. pod red. A. Klasika, Prace Naukowe AE Katowice, Katowice 2001 oraz I. Jędrzejczyk, *Lokalne, regionalne i globalne uwarunkowania zachowań ubezpieczycieli*, w: *Konsument-Przedsiębiorstwo-Przestrzeń*, pr. zbior. Red. Z Kędzior, Prace Naukowe AE w Katowicach, Katowice 2004.

5 do 84 lat. Obliczeń dokonano oddzielnie dla wszystkich analizowanych regionów. Ograniczenie wieku wynika z faktu, że w przedziałach wiekowych od 0 do 4 lat mamy do czynienia z niejednorodnym rozkładem empirycznym prawdopodobieństw zgonu [E. Stroiński, 1996]. Powoduje to, że w tym przedziale wieku zachodzące procesy wymierania są trudne do modelowania teoretycznego. Prawdopodobieństwa zgonu w wieku powyżej 84 lat są ekstrapolowane przy założeniu funkcji wielomianowo – wykładniczej [GUS, 2006]. W prezentowanych badaniach posłużono się częstością zgonów charakteryzującą poszczególne regiony. Zawężenie przedziału wiekowego nie będzie miało wpływu na znaczenie osiągniętych wyników i ich interpretacji z punktu widzenia możliwości optymalizacji poziomu składek za ubezpieczenia na życie. Najliczniejszą grupę klientów zakładu ubezpieczeń stanowią osoby w wieku tzw. produkcyjnym. W ogólnych warunkach ubezpieczeń zakłady ubezpieczeń w zakresie oferty ubezpieczeń na życie ograniczają górny wiek wstępu do 65-70 lat w zależności od rodzaju produktu i systemu wpłaty składki. Wiek wstępu przekraczający 65 lat z reguły dotyczy sytuacji jednorazowej wpłaty składki całkowitej i raczej jest związany z produktami o charakterze inwestycyjnym². Analiza ryzyka śmierci w przyjętym przedziale wiekowym oraz wyodrębnienie na jej podstawie regionów podobnych za względu na przyjęte do badań cechy będzie odpowiadać potrzebom zakładów ubezpieczeń.

Drugi etap badań polega na oszacowaniu i interpretacji parametrów funkcji intensywności umieralności według prawa Gompertza. Wartość parametrów świadczy o szybkości procesu starzenia się. Różnice w przekroju regionalnym będą świadczyły o niejednorodności regionów ze względu na ten proces. Regiony, w których proces starzenia będzie następował szybciej będą charakteryzowały się wyższymi wartościami prawdopodobieństw zgonu osób w tym samym wieku. Badania dynamiczne pozwolą na ocenę zmian wartości parametrów w czasie. Znajomość procesu wymierania, który jest obrazowany funkcją wymieralności jest istotna z punktu widzenia zakładu ubezpieczeń na życie. Gompertz formułując prawo opierał się on na hipotezie o tzw. *sile życiowej człowieka*, przez którą rozumiał odwrotność intensywności zgonów ($1/\mu_x(t)$). Przyjął, że ubytek siły życiowej jest proporcjonalny do wielkości tej siły w danym momencie oraz do okresu, w którym nastąpił ubytek [M. Matłoka, 1997, s.45]. Otrzymał następujący wzór:

² Jako przykład można tu zaprezentować ubezpieczenie oferowane przez Towarzystwo Nordea o nazwie Nordea Futra. Jest to produkt dla osób, które chcą zapewnić sobie ochronę ubezpieczeniową i równocześnie oszczędzać tak, aby w przyszłości zapewnić sobie dodatkowe źródło dochodów. Ochrona ubezpieczeniową objęte jest życie i zdrowie ubezpieczonego. Jednocześnie gromadzone oszczędności pomnażane są w ramach ubezpieczeniowego funduszu kapitałowego. Wiek ubezpieczonego, w którym może zawrzeć umowę ubezpieczenia (wiek wstępu) - ukończony 1 rok życia i nieprzekroczony 75 rok życia.

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\mu_x} \right) = -h \frac{1}{\mu_x}, \quad (1)$$

gdzie h jest stałą dodatnią. Po scałkowaniu otrzymujemy:

$$\mu_x = Be^{hx} = Bc^x, \quad (2)$$

W funkcji Gompertza parametry B oraz c są stałe dla całego rozważanego przedziału wieku. Prawo Gompertza stało się jednym z najbardziej popularnych, odpowiadającym różnym populacjom i okresom praw trwania życia. Pozostałe w znacznej części są jego modyfikacjami z uwzględnieniem zmian poszczególnych parametrów dla innych populacji lub grup wiekowych.

W kolejnym etapie dokonano analizy porównawczej i wyodrębniono regiony podobne ze względu na wartości przyjętych cech. W tym celu wykorzystano metodę grupowania hierarchicznego w ramach tzw. *cluster analysis*. Analiza ta pozwoliła na wyodrębnienie homogenicznych grup regionów.

Istnieje wiele metod grupowania. W literaturze tematu na przykład wyróżnia się cztery następujące [B.S. Everitt, 2011]:

1) grupowanie poprzez podział – metoda ta polega na podziale pewnej określonej zbiorowości na z góry zadaną liczbę grup. Wydzielenie skupień odbywa się poprzez zadania kryterium optymalizacji. Kryterium może być na przykład minimalna utrata informacji o badanej zbiorowości.

2) grupowanie hierarchiczne – metoda ta polega na uzyskiwaniu w sposób rekurencyjny większych grup poprzez łączenie mniejszych. Kryterium „zatrzymania” procedury na danej większej grupie jest wyznaczane poprzez poziom odpowiedniego wskaźnika tzw. poziomu odcięcia. Poziomem odcięcia może być współczynnik niezgodności.

3) grupowanie według kryterium zagęszczenia – metoda polega na zwiększeniu gęstości elementów w skupieniach. Sposób pomiaru gęstości elementów zależy od celu prowadzenia badań oraz rodzaju badanego zjawiska.

4) grupowanie na „kracie” (ang. grid based-clustering) – skupienia tworzone są przez podział przestrzeni cech na kostki. Skupienia tworzy się z pojedynczych kostek zawierających elementy danej zbiorowości.

Zaletą grupowania hierarchicznego jest możliwość prezentacji zależności pomiędzy grupami. Powstałe wykresy tzw. dendrogramy pozwalają określić odległości pomiędzy skupieniami oraz wizualnie wyodrębnić elementy najbardziej podobne lub mniej pasujące do danego skupienia. Klasyfikacja opiera się na przyjętym kryterium grupowania.

W celu przeprowadzenia analizy posłużono się algorytmem Warda [Ward 1963]. Algorytm Warda minimalizuje odległości pomiędzy zmiennymi we-

wewnątrz grupy. Powoduje to maksymalizację homogeniczności grupy. Ward dążył do znalezienia takiego podziału danej zbiorowości, dla którego ubytek informacji o zbiorowości wskutek procedury grupowania jest jak najmniejszy. W swoich badaniach ograniczył się do takich procedur, które na każdym etapie grupowania zmieniają liczbę grup o 1 jednocześnie minimalizując poziom utraconych informacji. Procedura Warda składa się z kilku etapów (kolejnych kroków). Liczbę kroków wyznacza liczba elementów zbioru początkowego. Założenie wyjściowe dotyczy faktu, że najwięcej informacji o danej zbiorowości zawiera struktura, gdzie każdy badany element stanowi oddzielną grupę. W pierwszym etapie tzw. zerowym tworzy się grupy jednoelementowe ze wszystkich elementów badanej zbiorowości. W kolejnych etapach procedury łączone są w dwie grupy z powstałych w poprzednim kroku procedury. Elementy są łączone tak, żeby zminimalizować tzw. przyrost kosztu utraty informacji. W procedurze koszt utraty informacji wyrażony jest następującym wzorem [G. Hałaj, 2007, s. 21]:

$$d_i^2(G, H) = n_G n_H \frac{\left\| \bar{x}_G - \bar{x}_H \right\|^2}{n_G + n_H}, \quad (3)$$

gdzie:

d_i^2 – miara kosztu utraty informacji,

$\bar{x}_{G,H}$ – odpowiednie średnie elementów zbioru G i H,

n_G, n_H – liczebności elementów zbiorów G i H.

W algorytmie Warda dwie grupy łączy się w sytuacji, jeśli nie można znaleźć innej pary grup w przypadku, których odległość byłaby mniejsza. Po połączeniu pary grup następuje kolejna sekwencja procedury. Symbol d_i^2 jest miarą odległości utożsamiający grupy z ich średnim elementem. Miara liczy odległość euklidesową pomiędzy nimi. W sekwencji łączone są tylko dwie grupy. Procedura nie pozostawia elementów niesklasyfikowanych, łączone są wszystkie elementy przyjęte do badania. Algorytm nie ma reguły, która pozwalałaby zatrzymać jego działanie przed uwzględnieniem wszystkich elementów (w przypadku prezentowanych badań – regionów). Przed przeprowadzeniem analizy skupień dokonano standaryzacji cech.

Etap kolejny dotyczy porównania wielkości składek netto w klasycznych typach ubezpieczeń policzonych na bazie danym dotyczących wyodrębnionych regionów i całego terytorium Polski. W etapie drugim skupiono się na wykazaniu wpływu proponowanego podejścia polegającego na implementacji analizy przestrzennej ryzyka śmierci na zmiany efektywności ubezpieczeń na życie.

Składki zróżnicowane regionalnie oszacowano wykorzystując obliczone częstości zgonów dla wyodrębnionych wcześniej regionów. Regiony stworzono dodając poszczególne dane wojewódzkie według województw przyporządkowanych do danego klastra. Kalkulacji dokonano oddzielnie dla poszczególnych regionów oraz na bazie danych dotyczących całego terytorium Polski. Takie podejście pozwala na dokonanie porównania poziomu składek i oceny wpływu metody różnicowania przestrzennego w klasycznych typach ubezpieczeń na życie.

W zakresie oceny efektywności wykorzystano opisane podejście zaproponowane przez D. Moffeta polegające na ocenie zmian efektywnej stopy zwrotu z kontraktu ubezpieczeniowego. Równolegle na przykładzie ubezpieczenia na wypadek śmierci i dożycia oszacowano zmiany wartości funduszu pozostałego po ubezpieczeniu. Szacunków dokonano w oparciu o dane regionalne. Potraktował on ubezpieczenia na życie nie tylko z punktu widzenia charakteru ochronnego, ale także, jako usługę o charakterze inwestycyjnym, która stanowi alternatywę dla innych usług takich jak na przykład fundusze inwestycyjne czy lokaty bankowe. W tym przypadku z punktu widzenia klienta posiadającego polisę ubezpieczeniową istotna jest tzw. efektywna stopa procentowa możliwa do osiągnięcia po zakończeniu kontraktu.

W swoich rozważaniach Moffet udowodnił, że optymalny poziom oszczędności wynikających z posiadanych polis ubezpieczeniowych z punktu widzenia klienta nie może zawierać równolegle ubezpieczenia na całe życie jak i na dożycie oraz, że efektywna stopa zwrotu z kontraktu ubezpieczeniowego istotnie zależy od prawdopodobieństwa śmierci ubezpieczonego. Z punktu widzenia celu prezentowanych badań w kręgu zainteresowań znajduje się drugi dowód Moffeta, a mianowicie to, że efektywna stopa zwrotu z kontraktu ubezpieczeniowego zależy od prawdopodobieństwa śmierci ubezpieczonego. Jak już wspomniano we wstępie dowód ten zostanie wykorzystany do wykazania wpływu różnicowania regionalnego ryzyka śmierci na wzrost efektywności ubezpieczeń na życie.

W ubezpieczeniach na życie kontrakt zawarty pomiędzy ubezpieczającym a zakładem ubezpieczeń zależy od poziomu prawdopodobieństwa przeżycia ubezpieczonego, a zakład ubezpieczeń spełnia rolę niejako dłużnika, który jest zobowiązany do wypłaty obiecanej sumy w momencie realizacji ryzyka (śmierć lub dożycie określonego wieku). Efektywna stopa procentowa dotycząca kontraktu ubezpieczenia na życie może być oszacowana wykorzystując koncept potraktowania ubezpieczenia na życie, jako wektora opisanego trzema zmiennymi. Kontrakt ubezpieczeniowy może być opisany za pomocą następującego wektora:

$$[P + V_{t-1}, Q, V_t], \quad (4)$$

gdzie:

P – składka,

Q – suma ubezpieczenia,

V_t – wartość polisy dostępna na koniec roku t .

Po zastosowaniu zasady równości³ składek i świadczeń i dokonaniu odpowiednich przekształceń efektywną stopę zwrotu z kontraktu ubezpieczeniowego można wyrazić za pomocą następującej formuły:

$$r_t = \left[\frac{(1-p_t)Q + p_t V_t}{P + V_t} - 1 \right] (100), \quad (5)$$

gdzie:

p_t – prawdopodobieństwo przeżycia ubezpieczonego w roku t ,

3. Wydzielenie regionów opłacalności

Analizy skupień dokonano oddzielnie dla dwóch momentów czasowych. Pierwszego grupowania dokonano dla realizacji wartości cech oszacowanych na podstawie danych z lat 1998/1999⁴. Następnie powtórzono analizę z wykorzystaniem wartości cech oszacowanych na podstawie danych z lat 2002/2003. Segmentacji dokonano w oparciu o algorytm Warda dla 16 regionów z wykorzystaniem 5 przedstawionych wcześniej cech. W celu przeprowadzenia analizy dokonano standaryzacji wartości cech. Standaryzowane wartości cech dla lat 1999 oraz 2003 zestawiono w tabelach 1 i 2.

³ Należy tu zwrócić uwagę, że w literaturze polskiej zasada równości dotyczy składek netto. Takie podejście opisano na przykład w J. Monkiewicz (red), *Podstawy ubezpieczeń, tom-I-mechanizmy i funkcje*, Poltext, Warszawa 2000, s.105. W literaturze anglosaskiej dotyczącej ekonomii rynku ubezpieczeń zasada ta (*principle of equivalence*) uwzględnia również kosztu działalności ubezpieczeniowej, czyli składka brutto jest porównywana ze świadczeniami. Według tego podejścia składka wyliczona zgodnie z zasadą równości będzie składką, przy której wynik finansowy zakładu ubezpieczeń (na poziomie technicznym) będzie równy zero. Patrz na przykład: K. Borch, *The economic theory of insurance*, Bergen, (Notes for an informal discussion in Edinburgh, i June 1964) dostępne na: <http://www.actuaries.org/LIBRARY/ASTIN/vol4no3/252.pdf>

⁴ Do szacunku prawdopodobieństwa zgonu niezbędne są dane z dwóch lat.

Tabela 1. Wartości cech przyjęte do badań dla roku 1999 – po standaryzacji

Lp.	Województwo	Kod	Kolejne cechy				
			Var1	Var2	Var3	Var4	Var5
1.	Dolnośląskie	D02	0,42444	-0,69190	0,20189	0,20266	-0,93721
2.	Kujawsko-pomorskie	C04	-0,54571	-0,04596	0,20189	0,06755	-1,53759
3.	Lubelskie	L06	0,42444	0,03513	0,20189	-0,87818	0,90580
4.	Lubuskie	F08	-0,54571	-0,48218	0,20189	0,06755	0,26354
5.	Łódzkie	E10	2,36472	1,69470	0,20189	-0,33776	-0,26703
6.	Małopolskie	K12	-0,54571	0,16236	0,20189	1,46363	0,55674
7.	Mazowieckie	W14	1,39458	2,51679	1,81704	-1,28349	-0,96514
8.	Opolskie	O16	0,42444	-0,97432	-1,41325	1,19342	1,74353
9.	Podkarpackie	R18	-1,51585	-0,65135	-1,41325	0,96825	0,51486
10.	Podlaskie	B20	0,42444	-0,58144	0,20189	-1,23845	0,17976
11.	Pomorskie	G22	-0,54571	-0,69469	-1,41325	1,05832	-1,30023
12.	Śląskie	S24	0,42444	-0,46260	-1,41325	1,23845	-1,02098
13.	Świętokrzyskie	T26	0,42444	-0,24869	0,20189	-0,96825	1,43636
14.	Warmińsko-mazurskie	N28	-1,51585	-0,88064	0,20189	-1,28349	0,09599
15.	Wielkopolskie	P30	-0,54571	-0,03897	0,20189	0,60797	-0,65797
16.	Zachodniopomorskie	Z32	-0,54571	1,34377	1,81704	-0,87818	0,98957

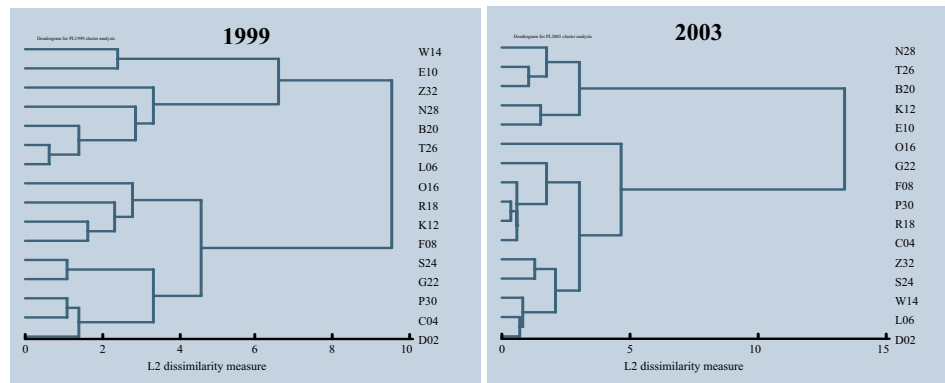
Źródło: opracowanie własne.

Tabela 2. Wartości cech przyjęte do badań dla roku 2003 – po standaryzacji

Lp.	Województwo	Kod	Kolejne cechy				
			Var1	Var2	Var3	Var4	Var5
1.	Dolnośląskie	D02	-0,08979	-0,32404	0,03946	-0,40693	0,72628
2.	Kujawsko-pomorskie	C04	-1,32121	-0,09912	0,03946	-0,16123	0,14175
3.	Lubelskie	L06	-0,70550	-0,43362	0,03946	-0,49906	0,56188
4.	Lubuskie	F08	-1,32121	0,02775	0,03946	-0,03839	0,68061
5.	Łódzkie	E10	0,52592	0,69098	2,74521	-0,86760	0,20569
6.	Małopolskie	K12	0,52592	0,34495	2,74521	0,05374	1,21947
7.	Mazowieckie	W14	-0,08979	-0,45669	0,03946	-1,02115	0,50708
8.	Opolskie	O16	-0,70550	-0,18563	0,03946	-3,07881	0,97288
9.	Podkarpackie	R18	-1,32121	-0,19140	0,03946	0,11517	0,46142
10.	Podlaskie	B20	-0,70550	0,21230	2,74521	-1,45111	1,20121
11.	Pomorskie	G22	-1,32121	-0,07605	0,03946	-0,28408	1,56653
12.	Śląskie	S24	-0,08979	0,17770	0,03946	0,29944	0,32442
13.	Świętokrzyskie	T26	-0,08979	-0,44515	2,74521	-1,20542	1,42040
14.	Warmińsko-mazurskie	N28	-1,32121	-0,04145	2,74521	-1,91178	0,26962
15.	Wielkopolskie	P30	-1,32121	-0,09336	0,03946	0,26872	0,19655
16.	Zachodniopomorskie	Z32	-0,70550	0,09119	-0,77227	0,42228	1,00941

Źródło: opracowanie własne.

Dendrogramy końcowe przedstawiające wyniki procedury segmentacji zaprezentowano poniżej.



Rys. 1. Klastry dla 16 analizowanych regionów na podstawie realizacji cech w roku 1999 i 2003

Źródło: opracowanie własne.

Analizując wyniki segmentacji widać, że w okresie 5 lat nastąpiła zmiana w zakresie podobieństwa regionów ze względu na wartości przyjętych do analizy cech. Zaprezentowane różnice w podobieństwie regionów w perspektywie 5 lat uzasadniają zmianę obszarów regionów opłacalności i rekalkulację składek ubezpieczeniowych w danym przedziale czasu. Prezentowane dendrogramy różnią się między sobą. W analizowanym okresie zmieniło się przyporządkowanie regionów do danych grup (klastrow). Na przykład na poziomie miary podobieństwa równym 6 w roku 1999 można wyodrębnić trzy klastry. Przy takim samym poziomie miary podobieństwa w roku 2003 regiony mogą być pogrupowane w dwa klastry. Wyodrębnione przy ustalonym poziomie miary podobieństwa obszary (klastry) oraz należące do nich regiony zestawiono w tabeli 3. Zakłady ubezpieczeń na życie realizując strategię regionalnego różnicowania składek ubezpieczeniowych powinny uwzględniać te zmiany i z określoną częstotliwością dokonywać rekalkulacji poziomu ryzyka wyodrębniając inne tzw. *regiony opłacalności*.

Tabela 3. Zestawienie klastrów wyodrębnionych na terytorium Polski na przykładzie lat 1999 oraz 2003

LP.	REGIONY	SYMBOL	REGIONY	SYMBOL
	ROK 1999		ROK 2003	
KLASTER I			KLASTER I	
1.	MAZOWIECKIE	W14	WARMIŃSKO-MAZURSKIE	N28
2.	ŁÓDZKIE	E10	ŚWIĘTOKRZYSKIE	T26
KLASTER II			PODLASKIE	B20
1.	ZACHODNIOPOMORSKIE	Z32	MAŁOPOLSKIE	K12
2.	WARMIŃSKO-MAZURSKIE	N28	ŁÓDZKIE	E10
3.	PODLASKIE	B20	KLASTER II	
4.	ŚWIĘTOKRZYSKIE	T26	OPOLSKIE	O16
5.	LUBELSKIE	L06	POMORSKIE	G22
KLASTER III			LUBUSKIE	F08
1.	OPOLSKIE	O16	WIELKOPOLSKIE	P30
2.	PODKARPACKIE	R18	PODKARPACKIE	R18
3.	MAŁOPOLSKIE	K12	KUJAWSKO-POMORSKIE	C04
4.	LUBUSKIE	F08	ZACHODNIOPOMORSKIE	Z32
5.	ŚLĄSKIE	S24	ŚLĄSKIE	S24
6.	POMORSKIE	G22	MAZOWIECKIE	W14
7.	WIELKOPOLSKIE	P30	LUBELSKIE	L06
8.	KUJAWSKO-POMORSKIE	C04	DOLNOŚLĄSKIE	D02
9.	DOLNOŚLĄSKIE	D02		

Źródło: opracowanie własne.

4. Porównanie stóp składek zróżnicowanych regionalnie

Składki zróżnicowane regionalnie porównano dla trzech tzw. klasycznych typów ubezpieczeń na życie a mianowicie: ubezpieczenia na całe życie, ubezpieczenia na dożycie oraz ubezpieczenia mieszanego. Szacunków składek dokonano oddzielnie dla otrzymanych dwóch regionów opłacalności w 2003 r. (patrz tab. 3). Kalkulacji składek dokonano równoległe na bazie danych dotyczących całego terytorium Polski oraz na bazie danych dotyczących otrzymanych regionów opłacalności. Zgodnie z opisaną procedurą badawczą najpierw oszacowano częstości zgonu dla otrzymanych regionów. Następnie oszacowano składki przy założeniu technicznej stopy procentowej równej 5%. Kalkulacji dokonano oddzielnie dla mężczyzn i kobiet. Ze względów ilościowych obliczenia pomocnicze takie jak na przykład oszacowane wartości funkcji komutacyjnych dla przedmiotowych regionów nie zostały dołączone do artykułu.

Ubezpieczenie na całe życie polega na tym, że ubezpieczyciel zobowiązany jest do wypłacenia uposażonemu w chwili śmierci ubezpieczonego określonego świadczenia. Wysokość świadczenia jest z góry ustaloną, w umowie ubezpie-

czenia, sumą pieniężną. Suma ta jest wypłacana niezależnie od czasu, kiedy nastąpi śmierć ubezpieczonego. Przy ubezpieczeniu na wypadek śmierci z reguły świadczenie wypłacane jest na końcu roku, w którym nastąpił zgon ubezpieczonego. W przypadku tego typu produktu składki oszacowano dla osób w wieku od 18 do 35 lat. Szacunków dokonano oddzielnie dla mężczyzn i kobiet. Otrzymane poziomy składki w odniesieniu do klastrów porównano do składek otrzymanych na bazie danych dotyczących całej Polski. Wyniki porównań poziomów składek zaprezentowano w tabelach 4 i 5.

Składki oszacowane na bazie danych dla całej Polski są wyższe. W wieku 18 lat różnica składek stanowi 2% składki dla całej Polski. Różnica rośnie wraz z wiekiem wstępu do ubezpieczenia. Dla wieku 35 lat stanowi już 8% składki oszacowanej na bazie danych dotyczących całej populacji Polski.

W przypadku kobiet różnice w poziomie składek są zdecydowanie niższe w porównaniu do różnic występujących w przypadku mężczyzn. Zachowana jest tendencja zwiększania się różnicy wraz z wiekiem wstępu do ubezpieczenia. W przypadku osoby w wieku 18 lat różnica w składkach stanowi 0,3% składki oszacowanej na podstawie danych dotyczących całej Polski. W wieku 35 lat udział różnicy rośnie do 0,8%.

Tabela 4. Porównane składek w klasycznym ubezpieczeniu na całe życie.
Klaster I – mężczyźni

Klaster I 2003 - Mężczyźni				Polska 2003 - Mężczyźni				
wiek wstępu	składka roczna od 1zł sumy ubezpieczenia	Czas opłacania składek	składka od 10 000 zł sumy ubezpieczenia	wiek wstępu	składka roczna od 1zł sumy ubezpieczenia	Czas opłacania składek	składka od 10 000 zł sumy ubezpieczenia	Różnica
18	0,005561 zł	d o 6 s r o k u	55,61 zł	18	0,005665 zł	d o 6 s r o k u	56,65 zł	1,05 zł
19	0,005840 zł		58,40 zł	19	0,005962 zł		59,62 zł	1,22 zł
20	0,006131 zł		61,31 zł	20	0,006273 zł		62,73 zł	1,42 zł
21	0,006435 zł		64,35 zł	21	0,006600 zł		66,00 zł	1,65 zł
22	0,006756 zł		67,56 zł	22	0,006947 zł		69,47 zł	1,91 zł
23	0,007095 zł		70,95 zł	23	0,007316 zł		73,16 zł	2,21 zł
24	0,007455 zł		74,55 zł	24	0,007710 zł		77,10 zł	2,55 zł
25	0,007839 zł		78,39 zł	25	0,008132 zł		81,32 zł	2,93 zł
26	0,008249 zł		82,49 zł	26	0,008585 zł		85,85 zł	3,36 zł
27	0,008687 zł		86,87 zł	27	0,009071 zł		90,71 zł	3,84 zł
28	0,009156 zł		91,56 zł	28	0,009594 zł		95,94 zł	4,38 zł
29	0,009656 zł		96,56 zł	29	0,010156 zł		101,56 zł	5,00 zł
30	0,010190 zł		101,90 zł	30	0,010761 zł		107,61 zł	5,71 zł
31	0,010759 zł		107,59 zł	31	0,011413 zł		114,13 zł	6,54 zł
32	0,011365 zł		113,65 zł	32	0,012114 zł		121,14 zł	7,49 zł
33	0,012011 zł		120,11 zł	33	0,012871 zł		128,71 zł	8,60 zł
34	0,012700 zł		127,00 zł	34	0,013689 zł		136,89 zł	9,90 zł
35	0,013435 zł		134,35 zł	35	0,014575 zł		145,75 zł	11,41 zł

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 5. Porównane składek w klasycznym ubezpieczeniu na całe życie.
Klaster I – kobiety

Klaster I 2003 - Kobiety				Polska 2003 - Kobiety				
wiek wstępu	składka roczna od 1zł sumy ubezpieczenia	Czas opłacania składek	składka od 10 000 zł sumy ubezpieczenia	wiek wstępu	składka roczna od 1zł sumy ubezpieczenia	Czas opłacania składek	składka od 10 000 zł sumy ubezpieczenia	Różnica
18	0,003366 zł		33,66 zł	18	0,003376 zł		33,76 zł	0,10 zł
19	0,003541 zł		35,41 zł	19	0,003553 zł		35,53 zł	0,12 zł
20	0,003726 zł		37,26 zł	20	0,003740 zł		37,40 zł	0,15 zł
21	0,003922 zł		39,22 zł	21	0,003939 zł		39,39 zł	0,17 zł
22	0,004131 zł		41,31 zł	22	0,004151 zł		41,51 zł	0,20 zł
23	0,004354 zł	do 65 roku życia	43,54 zł	23	0,004376 zł	do 65 roku życia	43,76 zł	0,22 zł
24	0,004591 zł		45,91 zł	24	0,004616 zł		46,16 zł	0,25 zł
25	0,004845 zł		48,45 zł	25	0,004872 zł		48,72 zł	0,27 zł
26	0,005116 zł		51,16 zł	26	0,005145 zł		51,45 zł	0,29 zł
27	0,005404 zł		54,04 zł	27	0,005436 zł		54,36 zł	0,32 zł
28	0,005712 zł		57,12 zł	28	0,005747 zł		57,47 zł	0,35 zł
29	0,006041 zł		60,41 zł	29	0,006079 zł		60,79 zł	0,38 zł
30	0,006392 zł		63,92 zł	30	0,006434 zł		64,34 zł	0,42 zł
31	0,006767 zł		67,67 zł	31	0,006814 zł		68,14 zł	0,47 zł
32	0,007168 zł		71,68 zł	32	0,007220 zł		72,20 zł	0,52 zł
33	0,007597 zł		75,97 zł	33	0,007656 zł		76,56 zł	0,58 zł
34	0,008058 zł		80,58 zł	34	0,008123 zł		81,23 zł	0,65 zł
35	0,008552 zł		85,52 zł	35	0,008624 zł		86,24 zł	0,73 zł

Źródło: opracowanie własne.

Nieco inaczej wygląda sytuacja w przypadku składek oszacowanych na bazie analizy ryzyka śmierci występującego w regionach należących do regionu opłacalności (klastra) II. Składki dotyczące mężczyzn są niższe od składek szacowanych na bazie danych dotyczących całej Polski. Różnica ta jednak nie jest duża. Dla mężczyzn wstępującego do ubezpieczenia w wieku 18 lat różnica stanowi 0,4% poziomu składek dotyczących ryzyka śmierci w populacji Polski. W odróżnieniu od regionu opłacalności (klastra) I różnica ta maleje wraz ze wzrostem wieku wstępu do ubezpieczenia. W przypadku mężczyzn w wieku 35 lat różnica ta stanowi 0,3% składki oszacowanej na bazie danych dla całej Polski.

W przypadku kobiet składki szacowane na bazie danych dotyczących całej Polski są niższe od składek obliczonych na danych regionalnych. Porównanie poziomów otrzymanych składek w przypadku regionów tworzących klaster II zestawiono w tabeli 6 oraz tabeli 7.

Tabela 6. Porównane składek w klasycznym ubezpieczeniu na całe życie. Klaster II – mężczyźni

Klaster II 2003 - Mężczyźni				Polska 2003 - Mężczyźni				Różnica
wiek wstępu	składka roczna od 1zł sumy ubezpieczenia	Czas opłacania składek	składka od 10 000 zł sumy ubezpieczenia	wiek wstępu	składka roczna od 1zł sumy ubezpieczenia	Czas opłacania składek	składka od 10 000 zł sumy ubezpieczenia	
18	0,005642 zł		56,42 zł	18	0,005665 zł		56,65 zł	0,23 zł
19	0,005938 zł		59,38 zł	19	0,005962 zł		59,62 zł	0,24 zł
20	0,006248 zł		62,48 zł	20	0,006273 zł		62,73 zł	0,24 zł
21	0,006576 zł		65,76 zł	21	0,006600 zł		66,00 zł	0,25 zł
22	0,006922 zł		69,22 zł	22	0,006947 zł		69,47 zł	0,25 zł
23	0,007291 zł	do 65 roku	72,91 zł	23	0,007316 zł	do 65 roku	73,16 zł	0,26 zł
24	0,007684 zł	życia	76,84 zł	24	0,007710 zł	życia	77,10 zł	0,26 zł
25	0,008105 zł		81,05 zł	25	0,008132 zł		81,32 zł	0,26 zł
26	0,008557 zł		85,57 zł	26	0,008585 zł		85,85 zł	0,27 zł
27	0,009043 zł		90,43 zł	27	0,009071 zł		90,71 zł	0,28 zł
28	0,009565 zł		95,65 zł	28	0,009594 zł		95,94 zł	0,29 zł
29	0,010126 zł		101,26 zł	29	0,010156 zł		101,56 zł	0,31 zł
30	0,010729 zł		107,29 zł	30	0,010761 zł		107,61 zł	0,32 zł
31	0,011379 zł		113,79 zł	31	0,011413 zł		114,13 zł	0,34 zł
32	0,012079 zł		120,79 zł	32	0,012114 zł		121,14 zł	0,35 zł
33	0,012835 zł		128,35 zł	33	0,012871 zł		128,71 zł	0,36 zł
34	0,013653 zł		136,53 zł	34	0,013689 zł		136,89 zł	0,36 zł
35	0,014539 zł		145,39 zł	35	0,014575 zł		145,75 zł	0,37 zł

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 7. Porównane składek w klasycznym ubezpieczeniu na całe życie. Klaster II – kobiety

Klaster II 2003 Kobiety				Polska 2003 - Kobiety				Różnica
wiek wstępu	składka roczna od 1zł sumy ubezpieczenia	Czas opłacania składek	składka od 10 000 zł sumy ubezpieczenia	wiek wstępu	składka roczna od 1zł sumy ubezpieczenia	Czas opłacania składek	składka od 10 000 zł sumy ubezpieczenia	
18	0,003380 zł		33,80 zł	18	0,003376 zł		33,76 zł	-0,04 zł
19	0,003557 zł		35,57 zł	19	0,003553 zł		35,53 zł	-0,04 zł
20	0,003746 zł		37,46 zł	20	0,003740 zł		37,40 zł	-0,05 zł
21	0,003945 zł		39,45 zł	21	0,003939 zł		39,39 zł	-0,06 zł
22	0,004158 zł		41,58 zł	22	0,004151 zł		41,51 zł	-0,07 zł
23	0,004384 zł	do 65 roku	43,84 zł	23	0,004376 zł	do 65 roku	43,76 zł	-0,08 zł
24	0,004625 zł	życia	46,25 zł	24	0,004616 zł	życia	46,16 zł	-0,09 zł
25	0,004881 zł		48,81 zł	25	0,004872 zł		48,72 zł	-0,09 zł
26	0,005155 zł		51,55 zł	26	0,005145 zł		51,45 zł	-0,10 zł
27	0,005447 zł		54,47 zł	27	0,005436 zł		54,36 zł	-0,11 zł
28	0,005759 zł		57,59 zł	28	0,005747 zł		57,47 zł	-0,12 zł
29	0,006092 zł		60,92 zł	29	0,006079 zł		60,79 zł	-0,13 zł
30	0,006449 zł		64,49 zł	30	0,006434 zł		64,34 zł	-0,15 zł
31	0,006830 zł		68,30 zł	31	0,006814 zł		68,14 zł	-0,16 zł
32	0,007238 zł		72,38 zł	32	0,007220 zł		72,20 zł	-0,18 zł
33	0,007676 zł		76,76 zł	33	0,007656 zł		76,56 zł	-0,20 zł
34	0,008145 zł		81,45 zł	34	0,008123 zł		81,23 zł	-0,22 zł
35	0,008649 zł		86,49 zł	35	0,008624 zł		86,24 zł	-0,25 zł

Źródło: opracowanie własne.

W przypadku ubezpieczenia na dożycie składki oszacowano w trzech wariantach związanych z okresem trwania ubezpieczenia (5,10,15 lat) oraz dla sumy ubezpieczenia równej 10 000 zł. Szacunków dokonano oddzielnie dla kobiet i mężczyzn stanowiących populację stworzonych klastrow. Wyniki zestawiono w tabelach 8 i 9.

Ubezpieczenie mieszane stanowi połączenie ubezpieczenia na całe życie z ubezpieczeniem na dożycie. W tym przypadku świadczenie jest wypłacane zarówno w chwili śmierci jak i dożycia przez ubezpieczonego określonego w umowie ubezpieczenia wieku. Podobnie jak w przypadku ubezpieczenia na dożycie składki oszacowano oddzielnie dla mężczyzn i kobiet w trzech wariantach okresu ubezpieczenia i przy założeniu sumy ubezpieczenia równej 10 000 zł. Wyniki szacunków zaprezentowano w tabelach 10 i 11.

Poziom składek obliczony na bazie danych dotyczących całej Polski jest niższy niż składki oszacowane na bazie danych regionalnych. Z sytuacją taką mamy do czynienia w przypadku trzech przyjętych okresów ubezpieczenia. Wraz ze wzrostem wieku wstępu do ubezpieczenia różnica w poziomie składek rośnie.

Tabela 8. Porównane składek w klasycznym ubezpieczeniu na dożycie.
Klaster I – mężczyźni

wiek wstępu	Ubezpieczenie na dożycie						Różnica I	Różnica II	Różnica III
	Klaster I 2003			Polska 2003 - mężczyźni					
	okres ubezpieczenia			okres ubezpieczenia					
	5	10	15	5	10	15			
	składka jednorazowa od 10000zł sumy ubezpieczenia			składka jednorazowa od 10000zł sumy ubezpieczenia					
	1	2	3	4	5	6			
18	7 796,19 zł	6 070,19 zł	4 718,27 zł	7 798,38 zł	6 073,60 zł	4 722,21 zł	2,19 zł	3,41 zł	3,94 zł
19	7 793,04 zł	6 066,67 zł	4 712,41 zł	7 795,45 zł	6 070,06 zł	4 716,63 zł	2,41 zł	3,38 zł	4,22 zł
20	7 790,57 zł	6 063,34 zł	4 706,17 zł	7 793,11 zł	6 066,68 zł	4 710,73 zł	2,54 zł	3,33 zł	4,55 zł
21	7 788,72 zł	6 059,96 zł	4 699,41 zł	7 791,27 zł	6 063,25 zł	4 704,33 zł	2,54 zł	3,29 zł	4,92 zł
22	7 787,32 zł	6 056,27 zł	4 691,93 zł	7 789,73 zł	6 059,56 zł	4 697,24 zł	2,42 zł	3,29 zł	5,31 zł
23	7 786,09 zł	6 052,02 zł	4 683,55 zł	7 788,28 zł	6 055,37 zł	4 689,25 zł	2,19 zł	3,36 zł	5,70 zł
24	7 784,73 zł	6 046,95 zł	4 674,09 zł	7 786,66 zł	6 050,49 zł	4 680,18 zł	1,93 zł	3,54 zł	6,09 zł
25	7 782,92 zł	6 040,86 zł	4 663,36 zł	7 784,66 zł	6 044,73 zł	4 669,83 zł	1,74 zł	3,87 zł	6,48 zł
26	7 780,42 zł	6 033,60 zł	4 651,19 zł	7 782,11 zł	6 037,95 zł	4 658,05 zł	1,69 zł	4,35 zł	6,86 zł
27	7 777,09 zł	6 025,09 zł	4 637,47 zł	7 778,90 zł	6 030,04 zł	4 644,69 zł	1,81 zł	4,95 zł	7,22 zł
28	7 772,85 zł	6 015,28 zł	4 622,13 zł	7 774,98 zł	6 020,91 zł	4 629,65 zł	2,13 zł	5,63 zł	7,52 zł
29	7 767,70 zł	6 004,18 zł	4 605,07 zł	7 770,33 zł	6 010,51 zł	4 612,82 zł	2,62 zł	6,33 zł	7,75 zł
30	7 761,68 zł	5 991,78 zł	4 586,21 zł	7 764,92 zł	5 998,76 zł	4 594,10 zł	3,24 zł	6,98 zł	7,89 zł
31	7 754,85 zł	5 978,06 zł	4 565,46 zł	7 758,75 zł	5 985,59 zł	4 573,42 zł	3,90 zł	7,52 zł	7,96 zł
32	7 747,23 zł	5 962,99 zł	4 542,67 zł	7 751,78 zł	5 970,88 zł	4 550,68 zł	4,56 zł	7,89 zł	8,01 zł
33	7 738,83 zł	5 946,50 zł	4 517,70 zł	7 743,95 zł	5 954,55 zł	4 525,79 zł	5,12 zł	8,05 zł	8,09 zł
34	7 729,67 zł	5 928,48 zł	4 490,44 zł	7 735,20 zł	5 936,45 zł	4 498,69 zł	5,53 zł	7,97 zł	8,25 zł
35	7 719,69 zł	5 908,79 zł	4 460,78 zł	7 725,46 zł	5 916,48 zł	4 469,29 zł	5,77 zł	7,69 zł	8,51 zł

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 9. Porównane składek w klasycznym ubezpieczeniu na dożycie.
Klaster I – kobiety

wiek wstępu	Ubezpieczenie na dożycie						Różnica I	Różnica II	Różnica III
	Klaster I 2003			Polska 2003 - kobiety					
	okres ubezpieczenia			okres ubezpieczenia					
	5	10	15	5	10	15			
	składka jednorazowa od 10000zł sumy ubezpieczenia			składka jednorazowa od 10000zł sumy ubezpieczenia					
1	2	3	4	5	6	4-1	5-2	6-3	
18	7 822,91 zł	6 119,06 zł	4 783,21 zł	7 824,02 zł	6 120,40 zł	4 785,04 zł	1,10 zł	1,33 zł	1,83 zł
19	7 822,69 zł	6 118,44 zł	4 781,70 zł	7 823,75 zł	6 119,77 zł	4 783,63 zł	1,06 zł	1,33 zł	1,93 zł
20	7 822,59 zł	6 117,74 zł	4 779,97 zł	7 823,52 zł	6 119,06 zł	4 781,99 zł	0,93 zł	1,32 zł	2,02 zł
21	7 822,50 zł	6 116,88 zł	4 777,93 zł	7 823,28 zł	6 118,20 zł	4 780,05 zł	0,78 zł	1,32 zł	2,12 zł
22	7 822,33 zł	6 115,78 zł	4 775,52 zł	7 822,98 zł	6 117,14 zł	4 777,76 zł	0,65 zł	1,37 zł	2,24 zł
23	7 821,97 zł	6 114,37 zł	4 772,67 zł	7 822,58 zł	6 115,84 zł	4 775,03 zł	0,60 zł	1,47 zł	2,36 zł
24	7 821,40 zł	6 112,60 zł	4 769,33 zł	7 822,04 zł	6 114,24 zł	4 771,81 zł	0,64 zł	1,64 zł	2,47 zł
25	7 820,61 zł	6 110,47 zł	4 765,49 zł	7 821,36 zł	6 112,32 zł	4 768,03 zł	0,75 zł	1,86 zł	2,55 zł
26	7 819,59 zł	6 107,93 zł	4 761,10 zł	7 820,51 zł	6 110,04 zł	4 763,64 zł	0,91 zł	2,11 zł	2,55 zł
27	7 818,36 zł	6 104,98 zł	4 756,14 zł	7 819,46 zł	6 107,33 zł	4 758,59 zł	1,09 zł	2,35 zł	2,46 zł
28	7 816,91 zł	6 101,61 zł	4 750,57 zł	7 818,19 zł	6 104,16 zł	4 752,83 zł	1,28 zł	2,55 zł	2,26 zł
29	7 815,22 zł	6 097,80 zł	4 744,36 zł	7 816,68 zł	6 100,46 zł	4 746,31 zł	1,46 zł	2,66 zł	1,96 zł
30	7 813,28 zł	6 093,50 zł	4 737,42 zł	7 814,91 zł	6 096,16 zł	4 738,98 zł	1,62 zł	2,67 zł	1,56 zł
31	7 811,06 zł	6 088,67 zł	4 729,68 zł	7 812,84 zł	6 091,22 zł	4 730,77 zł	1,78 zł	2,55 zł	1,09 zł
32	7 808,52 zł	6 083,29 zł	4 721,05 zł	7 810,44 zł	6 085,58 zł	4 721,63 zł	1,91 zł	2,29 zł	0,58 zł
33	7 805,66 zł	6 077,30 zł	4 711,42 zł	7 807,64 zł	6 079,20 zł	4 711,50 zł	1,98 zł	1,90 zł	0,08 zł
34	7 802,46 zł	6 070,66 zł	4 700,70 zł	7 804,41 zł	6 072,03 zł	4 700,31 zł	1,95 zł	1,37 zł	-0,39 zł
35	7 798,89 zł	6 063,29 zł	4 688,84 zł	7 800,69 zł	6 064,03 zł	4 688,02 zł	1,79 zł	0,74 zł	-0,82 zł

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 10. Porównane składek w klasycznym ubezpieczeniu mieszanym.
Klaster I – mężczyźni

wiek wstępu	Ubezpieczenie na mieszane						Różnica I	Różnica II	Różnica III
	Klaster I 2003			Polska 2003					
	okres ubezpieczenia			okres ubezpieczenia					
	5	10	15	5	10	15			
	składka jednorazowa od 10000zł sumy ubezpieczenia			składka jednorazowa od 10000zł sumy ubezpieczenia					
	1	2	3	4	5	6	4-1	5-2	6-3
18	1 727,36 zł	762,36 zł	447,54 zł	1 727,16 zł	762,08 zł	447,23 zł	-0,20 zł	-0,28 zł	-0,31 zł
19	1 727,78 zł	762,74 zł	447,93 zł	1 727,55 zł	762,44 zł	447,61 zł	-0,23 zł	-0,30 zł	-0,32 zł
20	1 728,13 zł	763,05 zł	448,29 zł	1 727,87 zł	762,74 zł	447,96 zł	-0,26 zł	-0,31 zł	-0,33 zł
21	1 728,39 zł	763,31 zł	448,64 zł	1 728,11 zł	763,00 zł	448,30 zł	-0,28 zł	-0,31 zł	-0,34 zł
22	1 728,59 zł	763,53 zł	448,98 zł	1 728,30 zł	763,23 zł	448,64 zł	-0,28 zł	-0,30 zł	-0,34 zł
23	1 728,72 zł	763,75 zł	449,36 zł	1 728,45 zł	763,46 zł	449,02 zł	-0,27 zł	-0,28 zł	-0,34 zł
24	1 728,83 zł	763,99 zł	449,78 zł	1 728,60 zł	763,72 zł	449,44 zł	-0,24 zł	-0,26 zł	-0,34 zł
25	1 728,96 zł	764,29 zł	450,29 zł	1 728,75 zł	764,04 zł	449,94 zł	-0,21 zł	-0,25 zł	-0,36 zł
26	1 729,14 zł	764,68 zł	450,91 zł	1 728,96 zł	764,42 zł	450,53 zł	-0,18 zł	-0,26 zł	-0,38 zł
27	1 729,39 zł	765,18 zł	451,64 zł	1 729,22 zł	764,89 zł	451,22 zł	-0,17 zł	-0,28 zł	-0,42 zł
28	1 729,75 zł	765,79 zł	452,50 zł	1 729,57 zł	765,46 zł	452,03 zł	-0,18 zł	-0,33 zł	-0,47 zł
29	1 730,20 zł	766,51 zł	453,49 zł	1 729,99 zł	766,12 zł	452,96 zł	-0,22 zł	-0,39 zł	-0,53 zł
30	1 730,76 zł	767,35 zł	454,60 zł	1 730,49 zł	766,89 zł	454,01 zł	-0,27 zł	-0,46 zł	-0,59 zł
31	1 731,41 zł	768,30 zł	455,85 zł	1 731,07 zł	767,76 zł	455,20 zł	-0,34 zł	-0,54 zł	-0,65 zł
32	1 732,15 zł	769,36 zł	457,23 zł	1 731,73 zł	768,75 zł	456,54 zł	-0,42 zł	-0,61 zł	-0,69 zł
33	1 732,97 zł	770,53 zł	458,75 zł	1 732,48 zł	769,85 zł	458,02 zł	-0,50 zł	-0,67 zł	-0,73 zł
34	1 733,88 zł	771,80 zł	460,42 zł	1 733,32 zł	771,09 zł	459,67 zł	-0,56 zł	-0,71 zł	-0,75 zł
35	1 734,87 zł	773,20 zł	462,25 zł	1 734,26 zł	772,47 zł	461,49 zł	-0,61 zł	-0,73 zł	-0,76 zł

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 11. Porównane składek w klasycznym ubezpieczeniu mieszanym.
Klaster I – kobiety

wiek wstępu	Ubezpieczenie na mieszane						Różnica I	Różnica II	Różnica III
	Klaster I 2003			Polska 2003					
	5	10	15	5	10	15			
	składka jednorazowa od 10000zł sumy ubezpieczenia			składka jednorazowa od 10000zł sumy ubezpieczenia					
	1	2	3	4	5	6	4-1	5-2	6-3
18	1 724,86 zł	758,78 zł	443,20 zł	1 724,74 zł	758,66 zł	443,07 zł	-0,12 zł	-0,13 zł	-0,14 zł
19	1 724,90 zł	758,82 zł	443,26 zł	1 724,78 zł	758,70 zł	443,13 zł	-0,13 zł	-0,13 zł	-0,14 zł
20	1 724,92 zł	758,85 zł	443,32 zł	1 724,80 zł	758,73 zł	443,19 zł	-0,12 zł	-0,12 zł	-0,13 zł
21	1 724,93 zł	758,88 zł	443,39 zł	1 724,82 zł	758,77 zł	443,27 zł	-0,10 zł	-0,10 zł	-0,13 zł
22	1 724,93 zł	758,92 zł	443,48 zł	1 724,85 zł	758,82 zł	443,36 zł	-0,08 zł	-0,09 zł	-0,13 zł
23	1 724,94 zł	758,98 zł	443,60 zł	1 724,88 zł	758,89 zł	443,47 zł	-0,07 zł	-0,09 zł	-0,13 zł
24	1 724,98 zł	759,07 zł	443,75 zł	1 724,92 zł	758,97 zł	443,61 zł	-0,06 zł	-0,10 zł	-0,14 zł
25	1 725,04 zł	759,19 zł	443,93 zł	1 724,97 zł	759,08 zł	443,78 zł	-0,06 zł	-0,11 zł	-0,16 zł
26	1 725,12 zł	759,33 zł	444,15 zł	1 725,04 zł	759,20 zł	443,98 zł	-0,08 zł	-0,13 zł	-0,17 zł
27	1 725,23 zł	759,51 zł	444,41 zł	1 725,13 zł	759,36 zł	444,22 zł	-0,10 zł	-0,15 zł	-0,19 zł
28	1 725,36 zł	759,72 zł	444,71 zł	1 725,25 zł	759,54 zł	444,50 zł	-0,12 zł	-0,18 zł	-0,21 zł
29	1 725,52 zł	759,96 zł	445,04 zł	1 725,38 zł	759,76 zł	444,82 zł	-0,14 zł	-0,20 zł	-0,22 zł
30	1 725,69 zł	760,24 zł	445,42 zł	1 725,54 zł	760,02 zł	445,20 zł	-0,16 zł	-0,22 zł	-0,22 zł
31	1 725,90 zł	760,55 zł	445,85 zł	1 725,73 zł	760,32 zł	445,63 zł	-0,17 zł	-0,23 zł	-0,22 zł
32	1 726,14 zł	760,90 zł	446,33 zł	1 725,95 zł	760,67 zł	446,12 zł	-0,19 zł	-0,23 zł	-0,20 zł
33	1 726,41 zł	761,30 zł	446,86 zł	1 726,20 zł	761,07 zł	446,68 zł	-0,21 zł	-0,23 zł	-0,18 zł
34	1 726,71 zł	761,75 zł	447,46 zł	1 726,49 zł	761,53 zł	447,31 zł	-0,22 zł	-0,22 zł	-0,15 zł
35	1 727,05 zł	762,24 zł	448,12 zł	1 726,84 zł	762,05 zł	448,02 zł	-0,22 zł	-0,19 zł	-0,10 zł

Źródło: opracowanie własne

Porównanie wykazało, że w przypadku kobiet składki oszacowane na bazie danych dotyczących całej Polski są niższe niż składki szacowane na bazie danych regionalnych. Różnice te są relatywnie niewielkie. Przy dużej liczbie ubezpieczonych mogą jednak mieć wpływ na gospodarkę finansową zakładu ubezpieczeń.

Tabela 12. Porównane składek w klasycznym ubezpieczeniu mieszanym. Klaster II – mężczyźni

wiek wstępu	Ubezpieczenie na mieszane						Różnica I	Różnica II	Różnica III
	Klaster I 2003			Polska 2003					
	okres ubezpieczenia			okres ubezpieczenia					
	5	10	15	5	10	15			
	składka jednorazowa od 10000zł sumy ubezpieczenia			składka jednorazowa od 10000zł sumy ubezpieczenia					
	1	2	3	4	5	6	4-1	5-2	6-3
18	1 727,09 zł	761,98 zł	447,12 zł	1 727,16 zł	762,08 zł	447,23 zł	0,07 zł	0,10 zł	0,10 zł
19	1 727,47 zł	762,34 zł	447,50 zł	1 727,55 zł	762,44 zł	447,61 zł	0,08 zł	0,10 zł	0,11 zł
20	1 727,78 zł	762,64 zł	447,85 zł	1 727,87 zł	762,74 zł	447,96 zł	0,09 zł	0,11 zł	0,11 zł
21	1 728,02 zł	762,89 zł	448,19 zł	1 728,11 zł	763,00 zł	448,30 zł	0,10 zł	0,10 zł	0,11 zł
22	1 728,21 zł	763,13 zł	448,53 zł	1 728,30 zł	763,23 zł	448,64 zł	0,10 zł	0,10 zł	0,12 zł
23	1 728,36 zł	763,37 zł	448,90 zł	1 728,45 zł	763,46 zł	449,02 zł	0,09 zł	0,10 zł	0,12 zł
24	1 728,52 zł	763,64 zł	449,32 zł	1 728,60 zł	763,72 zł	449,44 zł	0,08 zł	0,09 zł	0,12 zł
25	1 728,69 zł	763,95 zł	449,81 zł	1 728,75 zł	764,04 zł	449,94 zł	0,07 zł	0,09 zł	0,12 zł
26	1 728,90 zł	764,33 zł	450,40 zł	1 728,96 zł	764,42 zł	450,53 zł	0,06 zł	0,09 zł	0,13 zł
27	1 729,17 zł	764,80 zł	451,08 zł	1 729,22 zł	764,89 zł	451,22 zł	0,06 zł	0,10 zł	0,14 zł
28	1 729,50 zł	765,35 zł	451,87 zł	1 729,57 zł	765,46 zł	452,03 zł	0,06 zł	0,11 zł	0,16 zł
29	1 729,91 zł	765,99 zł	452,78 zł	1 729,99 zł	766,12 zł	452,96 zł	0,08 zł	0,13 zł	0,18 zł
30	1 730,39 zł	766,73 zł	453,81 zł	1 730,49 zł	766,89 zł	454,01 zł	0,09 zł	0,16 zł	0,20 zł
31	1 730,95 zł	767,58 zł	454,98 zł	1 731,07 zł	767,76 zł	455,20 zł	0,12 zł	0,19 zł	0,22 zł
32	1 731,58 zł	768,54 zł	456,30 zł	1 731,73 zł	768,75 zł	456,54 zł	0,15 zł	0,21 zł	0,24 zł
33	1 732,31 zł	769,62 zł	457,77 zł	1 732,48 zł	769,85 zł	458,02 zł	0,17 zł	0,23 zł	0,25 zł
34	1 733,12 zł	770,84 zł	459,41 zł	1 733,32 zł	771,09 zł	459,67 zł	0,19 zł	0,25 zł	0,26 zł
35	1 734,05 zł	772,21 zł	461,23 zł	1 734,26 zł	772,47 zł	461,49 zł	0,21 zł	0,25 zł	0,26 zł

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 13. Porównane składek w klasycznym ubezpieczeniu mieszanym. Klaster II - kobiety

wiek wstępu	Ubezpieczenie na mieszane						Różnica I	Różnica II	Różnica III
	Klaster I 2003			Polska 2003					
	5	10	15	5	10	15			
	składka jednorazowa od 10000zł sumy ubezpieczenia			składka jednorazowa od 10000zł sumy ubezpieczenia					
	1	2	3	4	5	6	4-1	5-2	6-3
18	1 724,73 zł	758,65 zł	443,08 zł	1 724,78 zł	758,70 zł	443,13 zł	0,04 zł	0,04 zł	0,05 zł
19	1 724,76 zł	758,69 zł	443,15 zł	1 724,80 zł	758,73 zł	443,19 zł	0,04 zł	0,04 zł	0,04 zł
20	1 724,79 zł	758,74 zł	443,22 zł	1 724,82 zł	758,77 zł	443,27 zł	0,03 zł	0,04 zł	0,04 zł
21	1 724,82 zł	758,79 zł	443,32 zł	1 724,85 zł	758,82 zł	443,36 zł	0,03 zł	0,03 zł	0,04 zł
22	1 724,85 zł	758,86 zł	443,43 zł	1 724,88 zł	758,89 zł	443,47 zł	0,02 zł	0,03 zł	0,04 zł
23	1 724,90 zł	758,94 zł	443,56 zł	1 724,92 zł	758,97 zł	443,61 zł	0,02 zł	0,03 zł	0,05 zł
24	1 724,95 zł	759,04 zł	443,73 zł	1 724,97 zł	759,08 zł	443,78 zł	0,02 zł	0,04 zł	0,05 zł
25	1 725,02 zł	759,16 zł	443,92 zł	1 725,04 zł	759,20 zł	443,98 zł	0,03 zł	0,04 zł	0,06 zł
26	1 725,10 zł	759,31 zł	444,15 zł	1 725,13 zł	759,36 zł	444,22 zł	0,03 zł	0,05 zł	0,07 zł
27	1 725,21 zł	759,48 zł	444,43 zł	1 725,25 zł	759,54 zł	444,50 zł	0,04 zł	0,06 zł	0,07 zł
28	1 725,33 zł	759,70 zł	444,75 zł	1 725,38 zł	759,76 zł	444,82 zł	0,05 zł	0,07 zł	0,07 zł
29	1 725,49 zł	759,95 zł	445,12 zł	1 725,54 zł	760,02 zł	445,20 zł	0,05 zł	0,07 zł	0,08 zł
30	1 725,67 zł	760,24 zł	445,56 zł	1 725,73 zł	760,32 zł	445,63 zł	0,06 zł	0,08 zł	0,07 zł
31	1 725,88 zł	760,59 zł	446,05 zł	1 725,95 zł	760,67 zł	446,12 zł	0,06 zł	0,08 zł	0,07 zł
32	1 726,13 zł	760,99 zł	446,62 zł	1 726,20 zł	761,07 zł	446,68 zł	0,07 zł	0,08 zł	0,06 zł
33	1 726,42 zł	761,45 zł	447,26 zł	1 726,49 zł	761,53 zł	447,31 zł	0,07 zł	0,08 zł	0,05 zł
34	1 726,76 zł	761,99 zł	447,98 zł	1 726,84 zł	762,05 zł	448,02 zł	0,07 zł	0,07 zł	0,04 zł
35	0,00 zł	0,00 zł	0,00 zł	0,00 zł	0,00 zł	0,00 zł	0,00 zł	0,00 zł	0,00 zł

Źródło: opracowanie własne.

Poziom ryzyka śmierci występujący w regionach stanowiących klaster II wpływa na zmniejszenie poziomu składek netto w porównaniu do składek szacowanych na bazie danych dla całej Polski. Z sytuacją taką mamy do czynienia zarówno w przypadku mężczyzn jak i kobiet. Otrzymane różnice w poziomach składek są wyższe w przypadku mężczyzn.

Klasyczne ubezpieczenie na dożycie nie występuje w praktyce ubezpieczeniowej. Wynika to z faktu, że w chwili śmierci przed określoną w umowie ubezpieczenia datą przepadają wpłacane do zakładu ubezpieczeń składki. Otrzymane wyniki dotyczące porównań poziomów składek mogą być wykorzystane w procesie uzasadnienia regionalnej dywersyfikacji. Jednocześnie stanowią wartość poznawczą na gruncie wyjaśnienia procesów ubezpieczeniowych z punktu widzenia teorii.

Tabela 14. Porównane składek w klasycznym ubezpieczeniu na dożycie. Klaster II – mężczyźni

wiek wstępu	Ubezpieczenie na dożycie						Różnica I	Różnica II	Różnica III
	Klaster I 2003			Polska 2003 - mężczyźni					
	okres ubezpieczenia			okres ubezpieczenia					
	5	10	15	5	10	15			
	składka jednorazowa od 10000zł sumy ubezpieczenia			składka jednorazowa od 10000zł sumy ubezpieczenia					
1	2	3	4	5	6	4-1	5-2	6-3	
18	7 799,13 zł	6 074,75 zł	4 723,55 zł	7 798,38 zł	6 073,60 zł	4 722,21 zł	-0,75 zł	-1,15 zł	-1,34 zł
19	7 796,27 zł	6 071,20 zł	4 718,07 zł	7 795,45 zł	6 070,06 zł	4 716,63 zł	-0,82 zł	-1,14 zł	-1,44 zł
20	7 793,97 zł	6 067,80 zł	4 712,28 zł	7 793,11 zł	6 066,68 zł	4 710,73 zł	-0,86 zł	-1,13 zł	-1,55 zł
21	7 792,12 zł	6 064,37 zł	4 706,01 zł	7 791,27 zł	6 063,25 zł	4 704,33 zł	-0,86 zł	-1,11 zł	-1,68 zł
22	7 790,55 zł	6 060,67 zł	4 699,06 zł	7 789,73 zł	6 059,56 zł	4 697,24 zł	-0,81 zł	-1,12 zł	-1,82 zł
23	7 789,01 zł	6 056,52 zł	4 691,21 zł	7 788,28 zł	6 055,37 zł	4 689,25 zł	-0,74 zł	-1,14 zł	-1,96 zł
24	7 787,31 zł	6 051,70 zł	4 682,27 zł	7 786,66 zł	6 050,49 zł	4 680,18 zł	-0,65 zł	-1,21 zł	-2,10 zł
25	7 785,25 zł	6 046,06 zł	4 672,07 zł	7 784,66 zł	6 044,73 zł	4 669,83 zł	-0,59 zł	-1,33 zł	-2,24 zł
26	7 782,69 zł	6 039,45 zł	4 660,42 zł	7 782,11 zł	6 037,95 zł	4 658,05 zł	-0,57 zł	-1,50 zł	-2,37 zł
27	7 779,52 zł	6 031,74 zł	4 647,19 zł	7 778,90 zł	6 030,04 zł	4 644,69 zł	-0,62 zł	-1,71 zł	-2,50 zł
28	7 775,72 zł	6 022,85 zł	4 632,26 zł	7 774,98 zł	6 020,91 zł	4 629,65 zł	-0,73 zł	-1,95 zł	-2,60 zł
29	7 771,23 zł	6 012,70 zł	4 615,50 zł	7 770,33 zł	6 010,51 zł	4 612,82 zł	-0,91 zł	-2,19 zł	-2,68 zł
30	7 766,04 zł	6 001,18 zł	4 596,83 zł	7 764,92 zł	5 998,76 zł	4 594,10 zł	-1,12 zł	-2,42 zł	-2,73 zł
31	7 760,11 zł	5 988,19 zł	4 576,17 zł	7 758,75 zł	5 985,59 zł	4 573,42 zł	-1,35 zł	-2,61 zł	-2,75 zł
32	7 753,36 zł	5 973,62 zł	4 553,45 zł	7 751,78 zł	5 970,88 zł	4 550,68 zł	-1,58 zł	-2,73 zł	-2,77 zł
33	7 745,72 zł	5 957,34 zł	4 528,58 zł	7 743,95 zł	5 954,55 zł	4 525,79 zł	-1,77 zł	-2,79 zł	-2,79 zł
34	7 737,12 zł	5 939,21 zł	4 501,52 zł	7 735,20 zł	5 936,45 zł	4 498,69 zł	-1,92 zł	-2,76 zł	-2,83 zł
35	7 727,47 zł	5 919,14 zł	4 472,19 zł	7 725,46 zł	5 916,48 zł	4 469,29 zł	-2,00 zł	-2,66 zł	-2,90 zł

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 15. Porównane składek w klasycznym ubezpieczeniu na dożycie. Klaster II – kobiety

wiek wstępu	Ubezpieczenie na dożycie						Różnica I	Różnica II	Różnica III
	Klaster I 2003			Polska 2003 - kobiety					
	okres ubezpieczenia			okres ubezpieczenia					
	5	10	15	5	10	15			
	składka jednorazowa od 10000zł sumy ubezpieczenia			składka jednorazowa od 10000zł sumy ubezpieczenia					
	1	2	3	4	5	6	4-1	5-2	6-3
18	7 824,39 zł	6 120,85 zł	4 785,66 zł	7 824,02 zł	6 120,40 zł	4 785,04 zł	-0,38 zł	-0,45 zł	-0,62 zł
19	7 824,11 zł	6 120,22 zł	4 784,28 zł	7 823,75 zł	6 119,77 zł	4 783,63 zł	-0,36 zł	-0,45 zł	-0,65 zł
20	7 823,84 zł	6 119,50 zł	4 782,67 zł	7 823,52 zł	6 119,06 zł	4 781,99 zł	-0,32 zł	-0,44 zł	-0,68 zł
21	7 823,54 zł	6 118,65 zł	4 780,77 zł	7 823,28 zł	6 118,20 zł	4 780,05 zł	-0,26 zł	-0,44 zł	-0,72 zł
22	7 823,20 zł	6 117,60 zł	4 778,51 zł	7 822,98 zł	6 117,14 zł	4 777,76 zł	-0,22 zł	-0,46 zł	-0,76 zł
23	7 822,78 zł	6 116,33 zł	4 775,83 zł	7 822,58 zł	6 115,84 zł	4 775,03 zł	-0,20 zł	-0,50 zł	-0,80 zł
24	7 822,26 zł	6 114,79 zł	4 772,65 zł	7 822,04 zł	6 114,24 zł	4 771,81 zł	-0,21 zł	-0,55 zł	-0,84 zł
25	7 821,62 zł	6 112,95 zł	4 768,90 zł	7 821,36 zł	6 112,32 zł	4 768,03 zł	-0,25 zł	-0,63 zł	-0,87 zł
26	7 820,81 zł	6 110,75 zł	4 764,51 zł	7 820,51 zł	6 110,04 zł	4 763,64 zł	-0,31 zł	-0,71 zł	-0,87 zł
27	7 819,82 zł	6 108,13 zł	4 759,43 zł	7 819,46 zł	6 107,33 zł	4 758,59 zł	-0,37 zł	-0,80 zł	-0,84 zł
28	7 818,62 zł	6 105,03 zł	4 753,61 zł	7 818,19 zł	6 104,16 zł	4 752,83 zł	-0,43 zł	-0,87 zł	-0,78 zł
29	7 817,17 zł	6 101,37 zł	4 746,99 zł	7 816,68 zł	6 100,46 zł	4 746,31 zł	-0,49 zł	-0,91 zł	-0,68 zł
30	7 815,46 zł	6 097,07 zł	4 739,53 zł	7 814,91 zł	6 096,16 zł	4 738,98 zł	-0,55 zł	-0,91 zł	-0,54 zł
31	7 813,44 zł	6 092,09 zł	4 731,16 zł	7 812,84 zł	6 091,22 zł	4 730,77 zł	-0,61 zł	-0,87 zł	-0,39 zł
32	7 811,09 zł	6 086,37 zł	4 721,85 zł	7 810,44 zł	6 085,58 zł	4 721,63 zł	-0,65 zł	-0,79 zł	-0,22 zł
33	7 808,32 zł	6 079,86 zł	4 711,55 zł	7 807,64 zł	6 079,20 zł	4 711,50 zł	-0,68 zł	-0,66 zł	-0,05 zł
34	7 805,08 zł	6 072,52 zł	4 700,20 zł	7 804,41 zł	6 072,03 zł	4 700,31 zł	-0,67 zł	-0,48 zł	0,11 zł
35	7 801,30 zł	6 064,30 zł	4 687,76 zł	7 800,69 zł	6 064,03 zł	4 688,02 zł	-0,62 zł	-0,27 zł	0,25 zł

Źródło: opracowanie własne.

5. Przestrzenna analiza ryzyka śmierci a efektywność ubezpieczeń na życie

5.1 Efektywna stopa zwrotu z kontraktu ubezpieczeniowego

Efektywną stopę zwrotu z kontraktu ubezpieczeniowego oszacowano oddzielnie dla regionów opłacalności wyodrębnionych na terytorium Polski w 2003r. Otrzymane wyniki porównano do stopy zwrotu, rozpatrywanego przez Moffeta kontraktu ubezpieczenia na życie, obliczonej na bazie prawdopodobieństwa zgonu dotyczącego całego terytorium Polski w tym samym roku. W celu oszacowania efektywnej stopy zwrotu zastosowano opisane metodyce badawczej podejście D. Moffeta. Wyniki obliczeń zestawiono w tabeli 16.

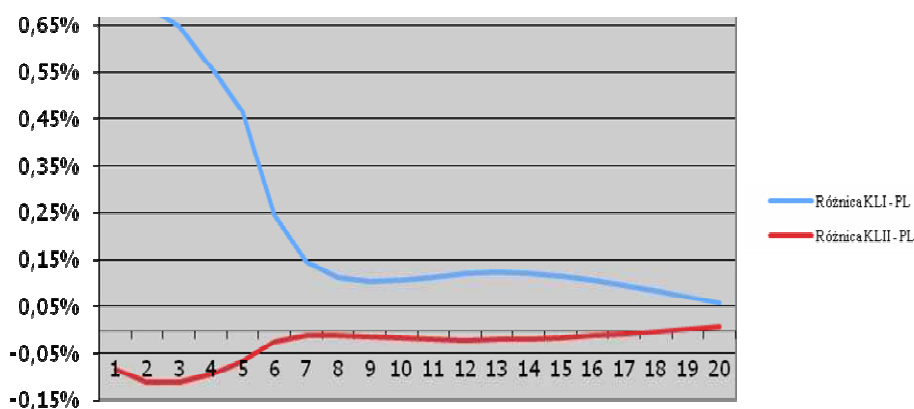
Tabela 16. Zmiany efektywnej stopy procentowej kontraktu ubezpieczeniowego

t	V_t	p_t	r_t (%)	Kluster I (KLI)		Kluster II (KLII)		Różnica KLI – PL	Różnica KLII – PL
				p_t	r_t (%)	p_t	r_t (%)		
	a	b	c	d	e	f	g	e-c	g-c
1.	0	0,9989	-89,2%	0,9988	-88,5%	0,9989	-89,3%	0,69%	-0,08%
2.	0	0,9989	-88,8%	0,9988	-88,1%	0,9989	-88,9%	0,69%	-0,11%
3.	0	0,9988	-88,4%	0,9988	-87,8%	0,9988	-88,6%	0,65%	-0,11%
4.	0	0,9988	-88,1%	0,9987	-87,6%	0,9988	-88,2%	0,56%	-0,09%
5.	60	0,9988	-28,5%	0,9987	-28,0%	0,9988	-28,5%	0,47%	-0,07%
6.	150	0,9987	1,0%	0,9987	1,2%	0,9987	1,0%	0,25%	-0,02%
7.	250	0,9987	4,8%	0,9986	5,0%	0,9987	4,8%	0,15%	-0,01%
8.	360	0,9986	6,5%	0,9985	6,6%	0,9986	6,5%	0,11%	-0,01%
9.	460	0,9985	2,9%	0,9984	3,0%	0,9985	2,9%	0,10%	-0,01%
10.	570	0,9984	4,4%	0,9983	4,5%	0,9984	4,4%	0,11%	-0,02%
11.	680	0,9982	3,8%	0,9981	3,9%	0,9982	3,8%	0,11%	-0,02%
12.	790	0,9981	3,4%	0,9980	3,6%	0,9981	3,4%	0,12%	-0,02%
13.	910	0,9979	4,3%	0,9978	4,4%	0,9979	4,3%	0,12%	-0,02%
14.	1030	0,9977	3,9%	0,9975	4,1%	0,9977	3,9%	0,12%	-0,02%
15.	1160	0,9975	4,6%	0,9973	4,7%	0,9975	4,5%	0,12%	-0,02%
16.	1280	0,9972	3,4%	0,9971	3,5%	0,9972	3,4%	0,11%	-0,01%
17.	1420	0,9969	4,7%	0,9968	4,8%	0,9969	4,7%	0,10%	-0,01%
18.	1550	0,9966	3,8%	0,9965	3,9%	0,9966	3,8%	0,08%	0,00%
19.	1690	0,9963	4,2%	0,9961	4,3%	0,9963	4,2%	0,07%	0,00%
20.	1830	0,9959	4,0%	0,9958	4,1%	0,9959	4,1%	0,06%	0,01%

Źródło: opracowanie własne.

Analiza oraz otrzymane wyniki potwierdziły wniosek Moffeta, dotyczący zależności efektywnej stopy zwrotu od prawdopodobieństwa przeżycia (pośrednio również i prawdopodobieństwa zgonu). Poziom efektywnej stopy zwrotu

zmienia się wraz z wiekiem osoby ubezpieczonej i wynikającymi z tego zmianami prawdopodobieństwa przeżycia. Zależność efektywnej stopy zwrotu od prawdopodobieństwa przeżycia powoduje, że stopa ta jest inna w przypadku dwóch otrzymanych regionów opłacalności. Analizując otrzymane różnice wiadać, że efektywna stopa zwrotu jest wyższa w przypadku regionu opłacalności I (klaster I). Ogólnie jednak należy stwierdzić, że otrzymane różnice nie są znaczne. W przypadku regionu opłacalności I wystąpił wzrost efektywnej stopy zwrotu w stosunku do efektywnej stopy zwrotu skalkulowanej na bazie prawdopodobieństwa przeżycia oszacowanego na bazie danych demograficznych dotyczących populacji całej Polski (bez różnicowania przestrzennego). Otrzymane różnice przedstawiono graficznie na rysunku 2.



Rys. 2. Różnice w poziomie efektywnej stopy zwrotu z kontraktu ubezpieczeniowego po zastosowaniu metody zróżnicowania przestrzennego ryzyka śmierci

Źródło: opracowanie własne.

5.2 Optymalizacja wyniku finansowego zakładu ubezpieczeń na życie

Dotychczas prezentowane wyniki pokazują, że przestrzenna analiza ryzyka śmierci ma wpływ na poziom składek ubezpieczeniowych w wybranych typach ubezpieczeń na życie. Uwzględniając wnioski dotyczące determinacji popytu na ubezpieczenia na życie należy założyć, że możliwość optymalizacji poziomu składek (w tym przypadku zmniejszenie ich wysokości przy zachowaniu bezpieczeństwa finansowego) może przyczynić się do intensyfikacji poziomu sprzedaży. Już sam fakt możliwości optymalizacji poziomu składek potwierdza postawioną na początku pracy tezę główną dotyczącą wpływu przestrzennej analizy ryzyka śmierci na efektywność ubezpieczeń na życie. Intensyfikacja poziomu sprzedaży

przy zachowaniu dotychczasowej struktury i poziomu kosztów przekłada się bezpośrednio na wielkość wyniku finansowego, co ma wpływ na rentowność działalności ubezpieczeniowej. Przed ostateczną weryfikacją tezy głównej należy także zbadać, czy przy ustalonym poziomie składki aplikacja proponowanego sposobu może powodować dodatkowy wzrost efektywności działalności ubezpieczeniowej. W tym celu wykorzystano przebieg portfela ubezpieczeń na wypadek śmierci i dożycia do wieku 65 lat opisany przez E. Stroińskiego [E. Stroiński, 1996]. Portfel ubezpieczeń składa się z grupy 10.000 mężczyzn w wieku 55 lat. Suma ubezpieczenia wynosi 1.000 zł. Składka w wysokości 90 zł jest płacona na końcu każdego roku. Świadczenia z tytułu śmierci wypłacane są dni 31 grudnia każdego roku. W ostatnim roku wartość świadczenia wynika z pomnożenia liczby osób ubezpieczonych przez sumę ubezpieczenia. Stopa procentowa przyjęta do kalkulacji wynosi 5%. Dla uproszczenia wybrano ubezpieczenie w wariancie bez udziału w zysku. Porównania dokonano przez pryzmat oszacowanego funduszu pozostałego na koniec trwania ubezpieczenia. Fundusz ten ma bezpośredni wpływ na wynik techniczny zakładu ubezpieczeń. Wzrost wyniku technicznego przekłada się wprost na wzrost wyniku ogólnego. Wzrost obu przytoczonych kategorii wyniku ma bezpośrednie przełożenie na rentowność działalności. Z drugiej strony zakład ubezpieczeń może obniżyć składkę tak, aby nie zarabiał na samym ubezpieczeniu, lecz wyłącznie na inwestycjach zgromadzonego kapitału. Obniżenie składki wpłynie na intensyfikację poziomu sprzedaży. Wyniki szacunków funduszu pozostałego zaprezentowano w tabelach 17.

Tabela 17. Wartość funduszu pozostałego po ubezpieczeniu na przykładzie ubezpieczenia na wypadek śmierci i dożycia dla przykładowego portfela wyjściowego 10.000 mężczyzn w wieku 55 lat

Lp.	Region opłacalności	Wartość funduszu pozostałego [zł]
1.	Klaster I	628.543
2.	Klaster II	637.433
3.	Fundusz przyjęty do porównań*	379.777

Źródło: opracowanie własne, *fundusz pozostały po ubezpieczeniu przyjęty z przykładu podanego przez E. Stroińskiego, *Ubezpieczenia na życie*, LAM&E.Stroiński, Warszawa 1996, s. 110.

Po zastosowaniu podejścia polegającego na przestrzennej analizie ryzyka śmierci zakład ubezpieczeń może optymalizować wynik finansowy. Jak widać z zestawienia zaprezentowanego w tabeli 17 zanotowano znaczny przyrost wartości funduszu pozostałego po ubezpieczeniu. Jak już wspomniano w tym przypadku towarzystwo ubezpieczeń na życie może obniżyć poziom składki zachowując jednocześnie bezpieczeństwo finansowe. W analizowanym przypadku

obniżenie składki o około 6% spowoduje, że fundusz pozostały po ubezpieczeniu będzie równy 0 zł. Na rynku charakteryzującym się silną konkurencją możliwość obniżenia składki, przy zachowaniu pełnego bezpieczeństwa finansowego wpływa istotnie na wzrost przewagi rynkowej.

6. Podsumowanie

Implementacja przestrzennej analizy ryzyka ma wpływ na poziom kalkulowanych składek netto w klasycznych typach ubezpieczeń na życie. Składki oszacowane na bazie danych dotyczących populacji zamieszkującej regiony tworzące dwa wyodrębnione regiony opłacalności (klastry) różnią się od składek kalkulowanych w oparciu o dane dotyczące terytorium Polski. Różnice determinowane są poziomem ryzyka śmierci występującym w danych regionach. Mogą być wyjaśnione wieloma czynnikami. Do czynników tych można zaliczyć na przykład ogólny poziom życia, stan środowiska naturalnego, jakość wody pitnej, rozwój służby zdrowia itp. Celem prezentowanych badań nie jest jednak wyjaśnienie przyczyn powstałych różnic, lecz określenie ich wpływu na poziom składek netto kalkulowanych dla klasycznych typów ubezpieczeń. Analizując otrzymane wyniki widać, że ten wpływ w niektórych przypadkach jest większy. Największe różnice powstały dla składek kalkulowanych w ubezpieczeniu na całe życie dla ubezpieczonych mężczyzn. Otrzymane różnice dla składek na przykładzie regionu opłacalności I (klastry I) wahają się w przedziale od 2% do 8% w zależności od przyjętego wieku wstępu do ubezpieczenia. Generalnie w przypadku ubezpieczonych kobiet różnice są niższe. Dzieje się tak na przykładzie regionów tworzących oba klastry i we wszystkich przeanalizowanych typach ubezpieczeń na życie.

Powstałe różnice w poziomie składek mogą mieć wpływ na gospodarkę finansową towarzystwa ubezpieczeń na życie przy zadanym portfelu ubezpieczeń. Ich wpływ prawdopodobnie będzie istotniejszy w zależności od liczby ubezpieczonych oraz wysokości sum ubezpieczenia. Wyznacza to kierunek i uzasadnia konieczność realizacji dalszych badań polegających na ocenie wpływu otrzymanych różnic na gospodarkę finansową zakładu ubezpieczeń na życie przy założonym portfelu ubezpieczeń. W konsekwencji zakłady ubezpieczeń na życie stosując przestrzenne różnicowanie poziomu składek mogą zdobyć istotną przewagę konkurencyjną. Przewaga ta będzie polegała na możliwości zmniejszenia poziomu składek dla klientów przy zachowaniu bezpieczeństwa finansowego. Zmniejszenie składek może bezpośrednio przełożyć się na wzrost popytu na ubezpieczenia na życie. Z perspektywy towarzystwa ubezpieczeń na życie stosującego dywersyfikację regionalną składek oznacza to możliwość intensyfikacji poziomu sprzedaży.

Literatura

- Babel B., Eckel S., Schmidt R. and Schmidt V., *Mortality maps based on spatial extrapolation*, Working paper Department of Stochastic, University of ULM, dostępny w: www.mathematik.uniulm.de/stochastik/aktuelles/sh06/sh_eckel.pdf.
- Borch K. 1964, *The Economic Theory of Insurance* <http://www.actuaries.org/LIBRARY/ASTIN/vol4no3/252.pdf>.
- Główny Urząd Statystyczny. *Trwanie życia*. 2006, www.stat.gov.pl plik: PUBL_trwanie_zycia_02_qx1950-2006.xls.
- Jędrzejczyk I., 2001, *Przestrzenne uwarunkowania i efekty rozwoju biznesu ubezpieczeniowego w Polsce* [w]: Klasik A. (red.), *Konkurencyjność miast i regionów a przedsiębiorczość i przemiany strukturalne*, Prace Naukowe AE Katowice, Katowice.
- Jędrzejczyk I., 2004, *Lokalne, regionalne i globalne uwarunkowania zachowań ubezpieczycieli* [w]: Kędzior Z. (red.), *Konsument-Przedsiębiorstwo-Przestrzeń*, Prace Naukowe AE w Katowicach, Katowice.
- Matłoka M., 1997, *Matematyka w ubezpieczeniach na życie*, WSB, Poznań.
- Moffet D. 1979, *An analysis of the Demand for Life Insurance*: mathematical Foundation, "The Journal of Risk and Insurance", Vol.46, No 2, s. 87-98.
- Monkiewicz J. (red.), 2000, *Podstawy ubezpieczeń, tom I - mechanizmy i funkcje*, Poltext, Warszawa.
- Landau S., Leese M., Everitt B.S., 2001, *Clustering Analysis - IV ed.*, Arnold Publishing, Londyn
- Stroiński E., 2003, *Ubezpieczenia na życie*, Poltext, Warszawa.
- Stroiński E., 1996, *Ubezpieczenie na życie*, LAM&E.Stroiński, Warszawa.
- Śliwiński A., 2004, *Insurance Company Financial Management by Optimising Premium Level*, School of Slavonic and East European Studies, University College London, London (working paper nr 42).
- Ward J.H. 1963, *Hierarchical Grouping to optimize an objective function*, "Journal of American Statistical Association", 58 (301), s. 236-244.
- Żachowski D., Hałaj G., 2007, *Grupy strategiczne w polskim sektorze bankowym*, "Materiały i Studia", Wyd. NBP, Zeszyt nr 215.

Abstract

The paper aims to present the results of study that verify the impact of the spatial analysis of risk of death to the level of efficiency of life insurance. The paper consists of three parts. The first part consists the description of comparison study of the regions. Preliminary regions are grouped according to selected characteristics. Segmentation is made for 16 preliminary regions (Polish voivodeships) using six variables. The used variables are: the average age of people living in the region (Var1), the frequency of deaths in middle-aged people living in the region (Var 2), the value of the parameter of Gompertz function B (Var 3), the value of the parameter of Gompertz function h (Var 4), middle-aged men's participation in the total number of middle-aged people living in the region (Var 5). In order to compare the cluster analysis is applied. As a result of the comparison preliminary regions are grouped into two areas so-called *profitability regions*. The second part contains the results of pure rates calculation for classical life insurance contracts. The rates are calculated using the frequency of death in respect of profitability regions. In the third part the financial balance after the mixed insurance is calculated. The calculations are based on the rate of mortality estimated in respect of profitability regions. In order to estimate the effective rate of return the approach proposed by D. Moffett (Moffett, 1979) is used. The results of this study confirm the hypothesis that the spatial risk analysis has an impact on the growth of efficiency of life insurance. The proposed way of risk assessment (regionalization) in addition to the life insurance industry can also be applied in the optimization of financial flows in the pension system.