

Tomasz Kozdraj*

HORYZONT CZASOWY STOPY ZWROTU A OPTYMALNY WSPÓŁCZYNNIK ZABEZPIECZENIA OPARTY NA DOLNYM MOMENCIE CZĄSTKOWYM

Streszczenie. Zarządzanie ryzykiem na rynkach finansowych stało się w ostatnich latach kluczowym zagadnieniem, pozwalającym na ograniczenie do minimum wartości potencjalnych strat inwestycyjnych. Szczególną popularność zyskały sobie instrumenty pochodne, pozwalające inwestorom na konstrukcję odpowiednich dla nich strategii zabezpieczających.

W przypadku rynku kapitałowego, szczególnie rynku polskiego, uznanie inwestorów zdobyły indeksowe kontrakty *futures*. Opierając się na wspomnianych instrumentach istnieje możliwość takiej konstrukcji zabezpieczenia, aby potencjalna strata poniesiona na rynku kasowym (tj. w instrumentach bazowych) była możliwie jak najmniejsza. Strategia taka w dużej mierze zależy od samego podejścia do ryzyka i jego interpretacji. Ryzyko może być pojmowane jako wartość wszystkich odchyłeń od wartości oczekiwanej (tzn. w postaci wariancji bądź odchylenia standardowego) lub też wyłącznie jako odchylenia ujemne od wartości oczekiwanej. W obu przypadkach inwestor jest zainteresowany tym, jaka część portfela instrumentów bazowych ma być zabezpieczona kontraktami terminowymi. Procedury zabezpieczające opierają się zatem na minimalizacji miar ryzyka, przy uwzględnieniu w portfelu instrumentów pochodnych. Jeżeli inwestor skupia się na ryzyku jednostronnym, to odpowiednią miarą ryzyka może być dolny moment cząstkowy. Jak się okazuje, procedura zabezpieczająca oparta na dolnym momencie cząstkowym, choć złożona obliczeniowo, prowadzi do dobrych oszacowań współczynnika zabezpieczenia. Istotną rzeczą w samej strategii jest dobór stóp zwrotu o określonym horyzoncie czasowym. Odpowiednio dobrany horyzont czasowy stóp zwrotu pozwala na otrzymanie dobrych oszacowań wielkości optymalnego współczynnika zabezpieczenia, co ma kluczowe znaczenie dla inwestora lokującego swój kapitał na rynku finansowym.

Słowa kluczowe: dolny moment cząstkowy, kontrakty *futures*, ryzyko inwestycyjne, stopa zwrotu, współczynnik zabezpieczenia

* Mgr, doktorant, Katedra Metod Statystycznych, Uniwersytet Łódzki.

1. WPROWADZENIE

Proces prognozowania cen bądź stóp zwrotu walorów notowanych na rynkach finansowych ze względu na czynniki je kształtujące jest procesem niezwykle skomplikowanym. Zdarza się, że jego wyniki nie przynoszą pożądanego efektu, jakim jest precyzyjna predykcja kierunku zmian cen lub stóp zwrotu bądź też wielkości odchyień od wartości oczekiwanej.

Jakkolwiek prognozowanie cen lub stóp zwrotu jest czynnikiem potrzebnym i nieodzownym, to powinno być one wspierane procesem zabezpieczającym przed poniesieniem nieoczekiwanej straty. Taki właśnie proces, wykorzystujący m.in. instrumenty pochodne, pomaga w pewien sposób „kontrolować” możliwe do poniesienia ryzyko i ograniczać je do wielkości najmniejszych z możliwych.

Instrumenty pochodne (*derivates*), które z powodzeniem funkcjonują na świecie od ponad kilkudziesięciu lat, w Polsce znajdują się dopiero w fazie rozwoju. Nie ulega jednak kwestii, że ich popularność w naszym kraju jest znacząca. Wystarczy przytoczyć tu przykład indeksowych kontraktów terminowych, notowanych na Giełdzie Papierów Wartościowych w Warszawie.

Popularność instrumentów pochodnych tkwi w samej ich budowie. Z jednej strony stwarzają one możliwość ograniczenia i redukcji ryzyka dla inwestujących w instrumenty pierwotne, z drugiej zaś stanowią narzędzie ryzykownych spekulacji. Jeżeli chodzi o ryzyko, to wyróżnić można dwa elementarne podejścia. Najbardziej popularnym jest wyrażanie ryzyka w formie przeciętnej zmienności, czyli odchylenia standardowego bądź też jego kwadratu, a zatem wariancji. Jednak dla wielu decydentów ryzyko tożsame jest z odchyleniem jednostronnym, tzn. związanym z utratą (czyli spadkiem) wartości inwestycji, jaką mogą być akcje, waluty czy też towary. Zredukowanie ryzyka spadku wartości jest możliwe dzięki kontraktom terminowym *futures*, notowanym na giełdach całego świata.

Na pytanie, jaką część inwestycji należy zabezpieczyć kontraktami, odpowiada wskaźnik zwany współczynnikiem zabezpieczenia. Najpopularniejszą i zarazem najłatwiejszą obliczeniowo metodą, pozwalającą oszacować wartość optymalnego współczynnika zabezpieczenia, jest metoda minimalnej wariancji (*minimum variance hedge ratio*).

Niech R_s , R_f oznaczają odpowiednio stopy zwrotu na rynku kasowym i terminowym. Wówczas wskaźnik zabezpieczenia może być wyrażony następującą relacją (por. Holmes 1995, 1996; Myers, Hanson 1996):

$$\theta_{MVHR} = \frac{-\text{cov}(R_s, R_f)}{\sigma_{R_f}^2} \quad (1)$$

gdzie:

θ_{MVHR} – optymalny współczynnik zabezpieczenia portfela kontraktami (metoda najmniejszej wariancji);

$\text{cov}(R_s, R_f)$ – kowariancja pomiędzy stopami zwrotu z obu rynków;

$\sigma_{R_f}^2$ – wariancja stóp zwrotów z kontraktów terminowych.

Jeżeli ryzyko zostanie zdefiniowane wyłącznie jako wartość odchylen ujemnych, to do jego szacowania należałoby uwzględnić również miarę koncentrującą się tylko na takich odchyleniach. Miarą ryzyka, która w przeciwieństwie do wariancji uwzględnia wyłącznie ujemne odchylenia od wartości oczekiwanej, jest tzw. dolny moment cząstkowy (*lower partial moment*). Zatem istnieje możliwość wyznaczenia optymalnego współczynnika zabezpieczenia, a przez to strategii zabezpieczającej, która minimalizowałaby wartość dolnego momentu cząstkowego. Procedura taka mogłaby sprowadzić do minimum ryzyko spadku wartości aktywów.

Do oszacowania optymalnego współczynnika zabezpieczenia, opartego na mierze ryzyka uwzględniającej tylko ujemne odchylenia, można wykorzystać metody nieparametryczne. Istotną sprawą w procesie estymacji współczynnika zabezpieczenia jest problem doboru horyzontu czasowego (okresu). Długość tego okresu może w znaczący sposób determinować wielkość samego zabezpieczenia, jak również wielkość parametrów ryzyka, związanych z optymalnym portfelem.

2. DOLNY MOMENT CZĄSTKOWY I OPTYMALNY WSPÓLCZYNNIK ZABEZPIECZENIA – ESTYMACJA

Dolny moment cząstkowy, jako miarę ryzyka, która będzie uwzględniać tylko i wyłącznie ujemne odchylenia, można zdefiniować następującym wzorem (por. Eftekhari 1998; Lien, Tse 2000, 2001):

$$LPM(c, n, X) = \int_{-\infty}^c (c - x)^n dF(x) \quad (2)$$

gdzie:

X – zmienna losowa oznaczająca zwrot z portfela;

$F(x)$ – funkcja rozkładu prawdopodobieństwa zmiennej X ;

c – zakładany (możliwy do osiągnięcia) zwrot z portfela;

n – rząd dolnego momentu cząstkowego (n – całkowite i dodatnie).

Jak widać, miara uwzględnia wszystkie ujemne odchylenia od zakładanej stopy zwrotu. Jest ona scharakteryzowana dwoma wielkościami, a mianowicie

– zakładanym zwrotem oraz wartością zwrotu z portfela. Wobec tego szacowany optymalny współczynnik zabezpieczenia, oparty na tej mierze ryzyka, będzie również funkcją tych dwóch parametrów.

Przyjmujemy, że proces zabezpieczenia dotyczy jednego waloru w jednym ustalonym przedziale czasowym. Inwestor posiada kapitał K_0 oraz otwartą pozycję na rynku kasowym, oznaczoną przez Q w okresie 0 (zerowym). W celu zredukowania możliwej straty otwiera pozycję w kQ kontraktach terminowych *futures*.

Niech Δs i Δf oznaczają odpowiednio zmiany w cenach kasowych i *futures* w przedziale czasowym od 0 do 1. Wobec tego wartość kapitału na koniec okresu będzie wynosić odpowiednio:

$$K_1 = K_0 + (\Delta s + k\Delta f)Q = K_0 + (R_s + \theta R_f)s_0Q \quad (3)$$

gdzie:

s_0 – cena na rynku kasowym w okresie 0 (zerowym);

f_0 – cena na rynku terminowym w okresie 0;

R_s – stopa zwrotu z pozycji zajętej na rynku kasowym $\frac{\Delta s}{s_0}$;

R_f – stopa zwrotu z pozycji zajętej na rynku terminowym $\frac{\Delta f}{f_0}$;

θ – współczynnik zabezpieczenia wyrażony relacją $\theta = \frac{kf_0}{s_0}$.

Metoda dolnego momentu cząstkowego skupia się na rozkładzie stóp zwrotu z portfela, $R_s + \theta R_f$, lub rozkładzie zmiennej postaci $\Delta s + k\Delta f$. Zatem współczynnik optymalnego zabezpieczenia θ jest szacowany w ten sposób, aby minimalizować dolny moment cząstkowy n -tego rzędu zwrotów portfela. Procedura obliczeniowa, prowadząca do otrzymania optymalnej wartości θ , jest czynnością dość skomplikowaną. Ze względu na to, iż łączny rozkład stóp zwrotu z aktywów bazowych, jak i kontraktów terminowych nie jest znany, toteż zamiast łącznego rozkładu można estymować rozkład prawdopodobieństwa dla określonego θ . Oznacza to, że dla zadanego θ należy skonstruować szereg danych m postaci $m = r_s + \theta r_f$ i estymować rozkład prawdopodobieństwa dla m . W tym celu można wykorzystać nieparametryczną estymację jądrową. Algorytm postępowania jest następujący (por. Eftekhari 1998; Lien, Tse 2000, 2001).

Niech $g(\cdot)$ będzie gładką funkcją gęstości. Przypuśćmy ponadto, że dana jest N -elementowa próba losowa zmiennej m ($m_1, m_2, \dots, m_N$), obliczona przy zadanym θ . Funkcja gęstości zmiennej m w zadanym punkcie y będzie wyrażona następująco:

$$f^0(y) = \frac{1}{Nh} \sum_{i=1}^N g\left(\frac{y - m_i}{h}\right) \quad (4)$$

gdzie:

$g(\cdot)$ – tzw. funkcja jądra;

h – liczba dodatnia, zwana szerokością pasma (*bandwidth*) lub parametrem wygładzania.

Przyjmuje się, że funkcja jądra jest postaci (gaussowska):

$$g(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) \quad (5)$$

Wstawiając do wzoru na *LPM* wzór na estymowaną funkcję gęstości m , otrzymujemy dolny moment cząstkowy zmiennej m :

$$LPM^0(c, n, m) = \int_{-\infty}^c (c - y)^n \left(\frac{1}{Nh}\right) \sum_{i=1}^N g\left(\frac{y - m_i}{h}\right) dy \quad (6)$$

Po zamianie y na $z = \frac{y - m_i}{h}$ oraz wymianie operatorów sumowania i całkowania wzór na dolny moment cząstkowy będzie wyglądał następująco:

$$LMP^0(c, n, m) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N Q(c, n, m_i) \quad (7)$$

gdzie:

$$Q(c, n, m_i) = \sum_{-\infty}^{\frac{c - m_i}{h}} (c, hz - m_i)^n g(z) \quad (8)$$

W celu określenia optymalnej wielkości h wprowadźmy estymowaną funkcję gęstości, opartą na metodzie jądrowej, wykorzystującej zbiór danych, wykluczając m_j . Postać tej funkcji będzie następująca:

$$f_{-j}^0 = \frac{1}{(N-1)h} \sum_{i=j}^N g\left(\frac{y - m_j}{h}\right) \quad (9)$$

Stąd można zdefiniować postać łącznego błędu średniokwadratowego, który będzie wyglądał następująco:

$$MSE(h) = N^{-2}h^{-1} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N g^*(h^{-1}(m_i - m_j)) + 2N^{-1}h^{-1}g(0) \quad (10)$$

gdzie:

$$g^*(z) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \exp\left(-\frac{z^2}{4}\right) - 2g(z).$$

Wobec tego wartość współczynnika wygładzania h musi być tak dobrana, aby minimalizowała wartość błędu średniokwadratowego, określonego wzorem (10). Podsumowując, metoda opiera się na skonstruowaniu serii danych $m = r_s + \theta r_f$, przy zadanym stosunku zabezpieczenia. Następnie jest stosowana metoda estymacji jądrowej wraz z odpowiednim wyborem wartości szerokości pasma (współczynnika wygładzania) do wyznaczenia dolnego momentu cząstkowego (por. wzór (7)). W celu wyznaczenia optymalnego współczynnika zabezpieczenia należy zminimalizować wartość dolnego momentu cząstkowego względem parametru θ . Procedura ta jest złożona obliczeniowo i dość czasochłonna, dlatego też często jest wykorzystywana inna metoda nazywana metodą empirycznej funkcji prawdopodobieństwa. W tym przypadku dolny moment cząstkowy definiuje się następująco (por. Lien, Tse 2000):

$$LPM^*(c, n, m) = \sum_{m_i < c} \frac{1}{N} (c - m_i)^n \quad (11)$$

W wyniku minimalizacji LPM^* względem parametru θ otrzymujemy optymalne współczynniki zabezpieczenia portfela instrumentów bazowych kontraktami terminowymi *futures*.

Wartości współczynników zabezpieczenia, otrzymanych za pomocą metody empirycznej funkcji prawdopodobieństwa, są bliskie wartościom współczynników uzyskanych przy użyciu procedury wykorzystującej estymację jądrową. Zakładając, że pożądana jest jak najmniejsza wartość błędu średniokwadratowego, bardziej wiarygodnym oszacowaniem optymalnego współczynnika zabezpieczenia jest metoda wykorzystująca estymację jądrową. Natomiast metoda empirycznej funkcji prawdopodobieństwa jest z pewnością znacznie prostsza i szybsza, przy jakościowo zbliżonych wynikach, dlatego też zyskała sobie dość dużą popularność.

3. HORYZONT STOPY ZWROTU A OPTYMALNA WARTOŚĆ WSPÓŁCZYNNIKA ZABEZPIECZENIA

W celu zobrazowania możliwości wyznaczenia optymalnego współczynnika zabezpieczenia portfela kontraktami *futures*, przy uwzględnieniu miary

ryzyka, biorącej pod uwagę tylko ujemne odchylenia stóp zwrotu waloru bazowego, zbudowano poniższy przykład.

Do jego skonstruowania wykorzystano notowania indeksu Warszawskiej Giełdy Papierów Wartościowych WIG20 (pojmowanego tutaj jako swoisty portfel rynkowy) oraz notowania kontynuacyjne kontraktów terminowych *futures* na tenże indeks. Notowanie kontynuacyjne oznacza, iż różnica między ceną zamknięcia serii wygasającej a ceną otwarcia nowej serii była dodawana lub odejmowana od wszystkich historycznych kwotowań, tak aby wymienione ceny były sobie równe. Takie notowania przeznaczone są szczególnie dla inwestorów stosujących systemy inwestycyjne – eliminując fałszywe luki, pozwalają zachować właściwy kształt wykresu i wskaźników technicznych.

Korzystając z notowań zostały wyliczone dzienne, tygodniowe oraz miesięczne logarytmiczne stopy zwrotów za okres od 30.07.1999 r. do 28.12.2001 r. dla indeksu i kontraktów, po to aby zanalizować, jak zachowuje się zabezpieczenie oraz podstawowe parametry optymalnych portfeli w zależności od horyzontu czasowego (rysunki 1, 2 i 3).

Stopy zwrotu były szacowane według następującego wzoru:

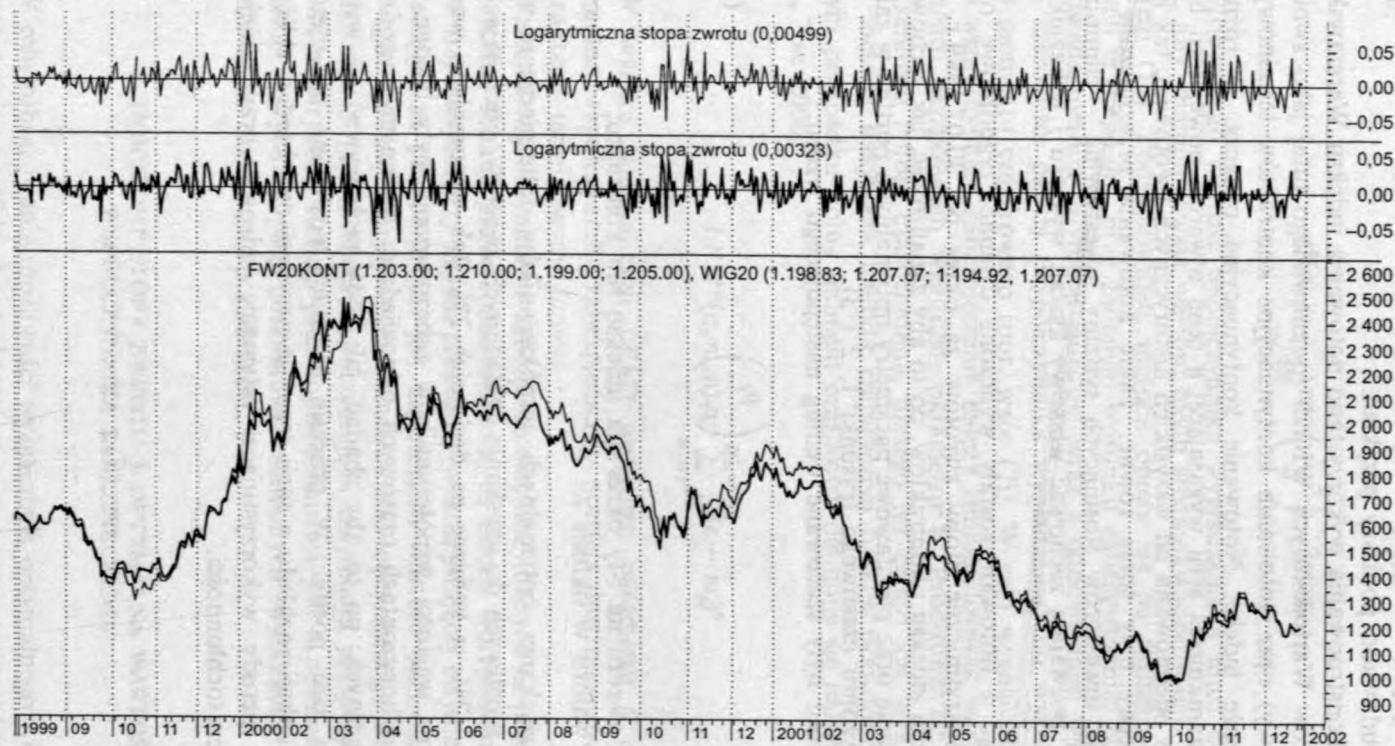
$$r_i = \ln \left(\frac{p_t}{p_{t-1}} \right) \quad (12)$$

gdzie:

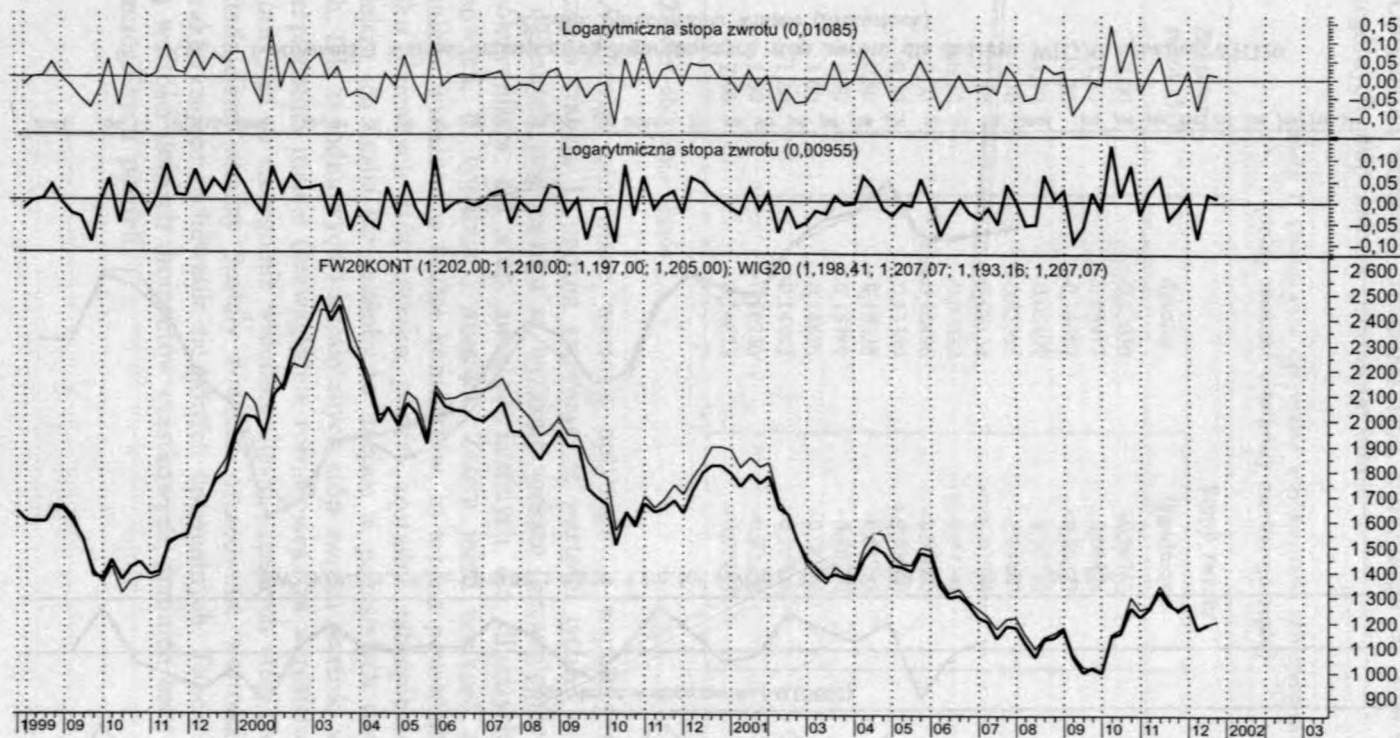
r_i – stopa zwrotu na i -ty okres dla indeksu lub kontraktu;

p_t – cena waloru w okresie t .

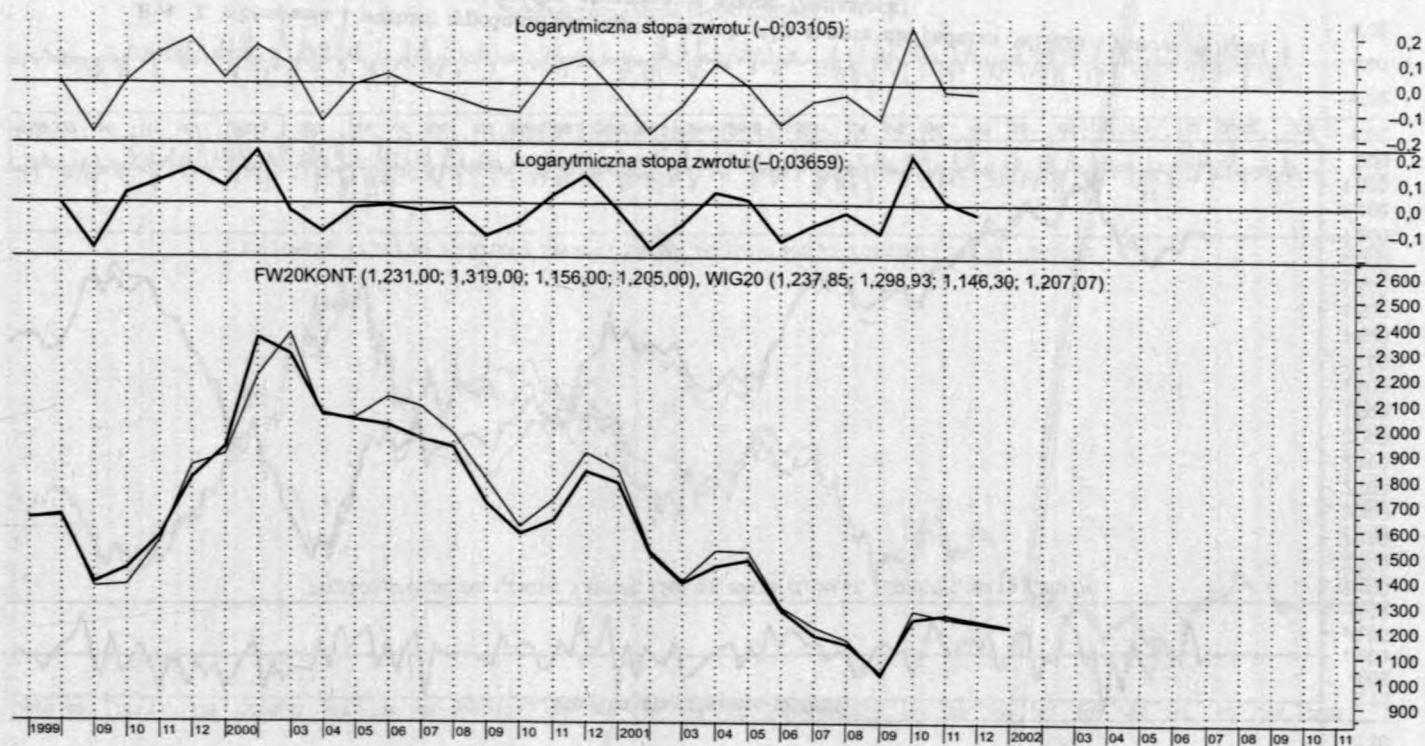
W celu uzyskania optymalnych współczynników zabezpieczenia rozważono kilka możliwych do uzyskania zakładanych zwrotów, poczynając od ujemnych tj. – 2%, a kończąc na dodatnich 2%. Jak wspomniano wcześniej, optymalne wartości współczynników zabezpieczenia były liczone dla stóp zwrotu o horyzontach czasowych odpowiednio: dziennych, tygodniowych i miesięcznych, po to aby zbadać, jak będą zachowywać się współczynniki oraz sam portfel. W procesie estymacji posłużono się metodą empirycznej funkcji rozkładu z racji tego, że przynosi ona bardzo zbliżone rezultaty do metody wykorzystującej estymację jądrową, przy mniejszej złożoności i czasochłonności.



Rys. 1. Notowania i wartość dziennych logarytmicznych stóp zwrotu dla indeksu WIG20 i futures WIG20
 Źródło: opracowanie własne (Metastock)



Rys. 2. Notowania i wartość tygodniowych logarytmicznych stóp zwrotu dla indeksu WIG20 i futures WIG20
Źródło: opracowanie własne (Metastock)



Rys. 3. Notowania i wartość miesięcznych logarytmicznych stóp zwrotu dla indeksu WIG20 i *futures* WIG20
 Źródło: opracowanie własne (Metastock)

Optymalną wielkość zabezpieczenia portfela przed spadkiem dla poszczególnych stóp zwrotu prezentuje tabela 1.

Tabela 1. Oszacowane optymalne współczynniki zabezpieczenia
(dolny moment cząstkowy pierwszego rzędu)

Zakładany zwrot (%)	Stopy zwrotu		
	dzienne	tygodniowe	miesięczne
-2,00	-0,12030	-0,86762	-0,79880
-1,50	-0,05913	-0,90894	-0,82458
-1,20	-0,14402	-0,89573	-0,96210
-1,00	-0,06102	0,91719	-0,84823
-0,70	-0,02895	-0,93437	-0,86345
-0,50	-0,08158	-0,95346	-0,87383
-0,20	-0,09622	-0,93348	-0,88941
0,00	-0,10496	-0,92020	-0,89979
0,20	-0,13369	-0,92970	-0,91018
0,50	-0,15328	-0,91793	-0,92575
0,70	-0,15789	-0,95250	-0,93614
1,00	-0,14650	-0,94839	-0,95171
1,20	-0,14402	-0,92791	-0,96210
1,50	-0,16230	-0,92268	-0,97767
2,00	-0,14873	-0,97498	-1,00363

Źródło: obliczenia własne.

Analizując otrzymane wartości optymalnych współczynników zabezpieczenia (tabela 1), można zauważyć, iż wartości tychże współczynników dla dziennych stóp zwrotu są wyraźnie większe (bezwzględnie mniejsze) od współczynników dla stóp zwrotów liczonych dla dłuższych horyzontów czasowych, tj. tygodnia i miesiąca. Zatem jeżeli wielkość zabezpieczenia zostałaby wyrażona w liczbie kontraktów, to można powiedzieć, że w przypadku dziennych stóp zwrotu portfel zostałby zabezpieczony znacznie mniejszą ich liczbą niż miałoby to miejsce w pozostałych dwóch przypadkach. Dla tygodniowych i miesięcznych stóp zwrotu wartość współczynnika zabezpieczenia maleje (bezwzględnie rośnie) wraz ze wzrostem zakładanego zwrotu. Jest to szczególnie widoczne dla miesięcznych stóp zwrotu. W celu dokładniejszej analizy zostały również oszacowane wartości parametrów charakteryzujące zachowanie się portfeli optymalnych. Tabele 2, 3 i 4 ukazują wartości dolnych momentów cząstkowych, średnich oraz wariancji dla poszczególnych portfeli.

Tabela 2. Wartości parametrów charakteryzujących portfele optymalne
(dziennie stopy zwrotu)

Zakładany zwrot (%)	<i>LPM</i>	Średnia	Wariancja
-2,00	0,00143	-0,00042	0,01920
-1,50	0,00225	-0,00044	0,01916
-1,20	0,01547	-0,00040	0,01923
-1,00	0,00346	-0,00044	0,01916
-0,70	0,00444	-0,00046	0,01917
-0,50	0,00521	-0,00043	0,01916
-0,20	0,00659	-0,00043	0,01917
0,00	0,00762	-0,00042	0,01918
0,20	0,00872	-0,00041	0,01921
0,50	0,01055	-0,00040	0,01925
0,70	0,01185	-0,00040	0,01926
1,00	0,01396	-0,00040	0,01923
1,20	0,01547	-0,00040	0,01923
1,50	0,01782	-0,00040	0,01926
2,00	0,02199	-0,00040	0,01924

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 3. Wartości parametrów charakteryzujących portfele optymalne
(tygodniowe stopy zwrotu)

Zakładany zwrot (%)	<i>LPM</i>	Średnia	Wariancja
-2,00	0,00074	-0,00031	0,01481
-1,50	0,00123	-0,00021	0,01479
-1,20	0,00163	-0,00024	0,01474
-1,00	0,00199	-0,00019	0,01477
-0,70	0,00274	-0,00015	0,01484
-0,50	0,00339	-0,00010	0,01497
-0,20	0,00464	-0,00015	0,01483
0,00	0,00565	-0,00018	0,01478
0,20	0,00680	-0,00016	0,01481
0,50	0,00864	-0,00019	0,01477
0,70	0,01007	-0,00010	0,01496
1,00	0,01227	-0,00011	0,01492
1,20	0,01390	-0,00016	0,01481
1,50	0,01640	-0,00017	0,01479
2,00	0,02088	-0,00006	0,01517

Źródło: opracowanie własne.

Tabela 4. Wartości parametrów charakteryzujących portfele optymalne
(miesięczne stopy zwrotu)

Zakładany zwrot (%)	<i>LPM</i>	Średnia	Wariancja
-2,00	0,00020	-0,00200	0,03184
-1,50	0,00025	-0,00174	0,03142
-1,20	0,00093	-0,00031	0,03326
-1,00	0,00033	-0,00149	0,03125
-0,70	0,00040	-0,00133	0,03124
-0,50	0,00045	-0,00122	0,03129
-0,20	0,00054	-0,00106	0,03144
0,00 ^a	0,00059	-0,00095	0,03159
0,20	0,00065	-0,00085	0,03177
0,50	0,00073	-0,00068	0,03212
0,70	0,00079	-0,00058	0,03240
1,00	0,00087	-0,00042	0,03289
1,20	0,00093	-0,00031	0,03326
1,50	0,00103	-0,00015	0,03387
2,00	0,00120	0,00012	0,03505

Źródło: opracowanie własne.

Należy zauważyć, że wartości miar ryzyka, jakimi są dolny moment cząstkowy oraz wariancja, były największe w przypadku estymacji optymalnego współczynnika zabezpieczenia, przy wykorzystaniu dziennych stóp zwrotu (tabela 2). Można zatem sądzić, że wielkość zabezpieczenia w przypadku horyzontu dziennego jest niedoszacowana.

Wartość miar ryzyka była wyraźnie niższa w przypadku estymacji na podstawie tygodniowych i miesięcznych stóp zwrotu. Przy czym wartości wariancji były mniejsze dla stóp tygodniowych, natomiast dolnego momentu cząstkowego dla portfeli opartych na stopach miesięcznych.

4. PODSUMOWANIE

W niniejszym artykule została przedstawiona metoda, pozwalająca szacować optymalny współczynnik zabezpieczenia portfela instrumentów bazowych kontraktami *futures*. W procesie estymacji uwzględniono niesymetryczną miarę ryzyka, pozwalającą uwzględnić tylko ujemne odchylenia stóp zwrotu od ich wartości oczekiwanej.

Poruszony został problem horyzontu czasowego stóp zwrotu w stosunku do tak skonstruowanego zabezpieczenia, który podobnie jak w procesie prognozowania cen (stóp zwrotu) odgrywa kluczową rolę.

W celu wykazania możliwości zaimplementowania metody oraz istnienia zależności horyzont zwrotu – wartość współczynnika zabezpieczenia skonstruowano przykład empiryczny, oparty na danych rzeczywistych pochodzących z Warszawskiej Giełdy Papierów Wartościowych.

Sugerując się uzyskanymi wynikami, można dojść do wniosku, że optymalny współczynnik zabezpieczenia szacowany w sposób wcześniej przedstawiony, może być dobrym punktem wyjścia dla inwestorów, którzy są w stanie zaabsorbować małe straty, ale są „wyczuleni” na duże wahania wielkości kapitału. Co ważne, kluczową sprawą dla samego zabezpieczenia jest dobór stóp zwrotu o odpowiednim horyzoncie czasowym. Można sądzić, że stopy zwrotu, szacowane na podstawie danych o dużej częstotliwości, nie będą przydatne w procesie estymacji współczynnika zabezpieczenia. W takim przypadku lepszym rozwiązaniem będzie wykorzystanie danych o mniejszej częstotliwości, tzn. danych tygodniowych bądź miesięcznych. Portfele otrzymane na podstawie takich stóp zwrotu charakteryzują się zdecydowanie mniejszym ryzykiem. Zatem jeśli zabezpieczający się inwestor dba jedynie o to, aby jego inwestycja nie traciła na wartości, a więc „interesuje” go ryzyko spadku, wtedy współczynnik zabezpieczenia estymowany za pomocą metody empirycznej funkcji rozkładu (bądź estymacji jądrowej) przy wykorzystaniu stóp zwrotu o mniejszej częstotliwości będzie rozwiązaniem optymalnym. Należy sądzić też, że metoda ta (tak mało znana i popularna do tej pory) zyska sobie wkrótce rzeszę nowych zwolenników, gotowych do zastosowania jej w praktyce rynkowej.

Interesujące może być zachowanie się współczynnika zabezpieczenia przy wykorzystaniu innych miar ryzyka, np. miernika opartego na kwantylu niskiego rzędu *value at risk* (*VaR*) lub też wykorzystanie go w ramach ekonometrycznych modeli finansowych z warunkową wariancją ARCH bądź GARCH. Jednakże odpowiedź na tak postawiony problem wykraczałaby poza zakres prezentowanego artykułu. Analiza takich zależności została przedstawiona w artykule *Stock index futures hedging: hedge ratio estimation, duration effects, expiration effects and hedge ratio stability* (Holmes 1996).

LITERATURA

- Domański C., Pruska K. (2000), *Nieklasyczne metody statystyczne*, PWE, Warszawa.
- Eftekhari B. (1998), *Lower partial moment hedge ratios*, „Applied Financial Economics”, 8.
- Eftekhari B., Pedersen Ch., Satchell S. (2000), *On the volatility of measures of financial risk: an investigation using returns from European markets*, „European Journal of Finance”, 6.
- Holmes P. (1995), *Ex ante hedge ratios and hedging effectivities of the FTSE-100 stock index futures contract*, „Applied Economic Letters”, 2.

- Holmes P. (1996), *Stock index futures hedging: hedge ratio estimation, duration effect, expiration effect and hedge ratio stability*, „Journal of Business, Finance and Accounting”, 23(1).
- Jajuga K., Jajuga T. (2000), *Inwestycje*, PWN, Warszawa.
- Jajuga K. (2000), *Miary ryzyka rynkowego – część trzecia*, „Rynek Terminowy” 3.
- Myers J., Hanson S. D. (1996), *Optimal dynamic hedging in unbiased futures market*, Amer.J.Agr.Econ., 78.
- Lien D., Tse Y. K. (2001), *Hedging downside risk: futures vs options*, „International Review of Economics and Finance”, 10.
- Lien D., Tse Y. K. (2000), *Hedging downside risk with futures contracts*, „Applied Financial Economics”, 10.
- Sing T. F., Ong S. E. (2000), *Asset allocation in a downside risk framework*, „Journal of Real Estate Portfolio Management”, 3.

Tomasz Kozdraj

RETURN RATE PERIOD AND OPTIMAL LOWER PARTIAL MOMENT HEDGE RATIO

Summary

Risk management became a main issue in the last years on the financial markets. Particularly derivatives has gained popularity due to the possibility of creating adequate hedging strategy. That sort of strategy depends on attitude towards risk. While most of the investors prefer variance, some may benefit from using other measures of risk in their investment decisions, especially if they are concerned with minimizing the downside risk of their portfolios. A numerical method for calculating hedge ratios using a downside risk measure (lower partial moment) is presented in the article.

Another important problem in the hedging strategy is a selection of return rate period. Adequately matched period could be crucial to estimation of hedge ratio.

The method was applied to the Warsaw Stock Exchange WIG20 index and futures on WIG20. The result shows that lower partial moment hedge ratios with adequately set return rate period are effective in reducing downside risk.